

# CANGURO MATEMÁTICO 2013

## QUINTO DE SECUNDARIA



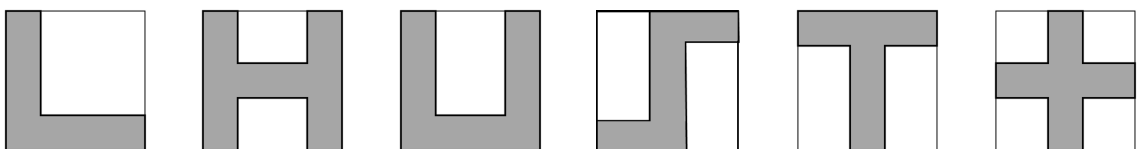
PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DEL PERÚ

### INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS y marque su CÓDIGO en los espacios destinados para este fin.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
  - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
  - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
  - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

1. El número 200013 – 2013 no es múltiplo de:  
(A) 2                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 7                      (E) 11

2. Una niña ha dibujado figuras en varios cuadrados de papel, como se ve a continuación:



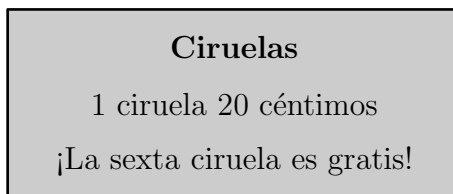
¿Cuántas de estas figuras tienen el mismo perímetro que el cuadrado de papel?

(A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6

3. Roberto escogió tres números del conjunto  $\{2, 4, 16, 25, 50, 125\}$  y se dio cuenta que su producto es 1000. ¿Cuál es la suma de esos tres números?

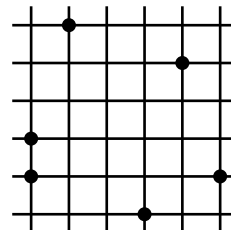
(A) 70                      (B) 77                      (C) 131                      (D) 143                      (E) Ninguno de los anteriores

4. Margarita compró 4 ciruelas para cada uno de los 4 miembros de su familia. En la tienda ella aprovechó el descuento que ofrecen. ¿Cuánto pagó Margarita?



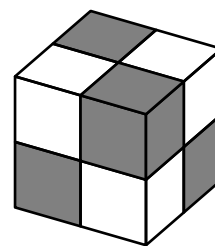
- (A) 0,80      (B) 1,20      (C) 2,80      (D) 3,20      (E) 3,00

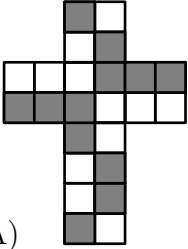
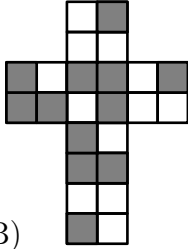
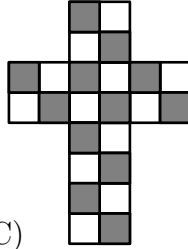
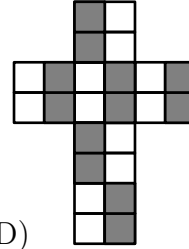
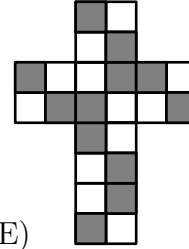
5. Se ha marcado 6 puntos sobre un papel cuadrículado, como se puede ver en la figura, donde cada cuadradito tiene lado 1. ¿Cuál es el menor valor del área de un triángulo que tiene sus tres vértices en los puntos marcados?



- (A)  $1/4$       (B)  $3/2$       (C)  $1/2$       (D) 1      (E) 2

6. Las caras de un cubo están pintadas de blanco y negro como si hubiese sido construido con 4 cubitos negros y 4 cubitos blancos. ¿Cuál de los siguientes es un molde correcto para armar ese cubo?



- (A) 
- (B) 
- (C) 
- (D) 
- (E) 

7. El número  $n$  es el mayor entero positivo para el cual  $4n$  es un número de 3 dígitos, y  $m$  es el menor entero positivo para el cual  $4m$  es un número de 3 dígitos. Halle el valor de  $4n - 4m$ .

- (A) 900      (B) 892      (C) 896      (D) 228      (E) 224

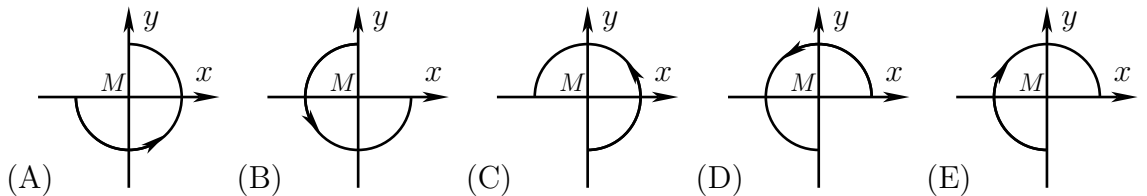
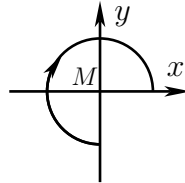
8. Dado un número de 6 dígitos. La suma de sus dígitos es un número par y el producto de sus dígitos es impar. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera con respecto a ese número?

- (A) Ese número tiene dos o cuatro dígitos pares.  
 (B) Ese número no existe.  
 (C) La cantidad de dígitos impares de ese número es impar.  
 (D) El número puede tener seis dígitos diferentes entre sí.  
 (E) Ninguna de las anteriores.

9. El año 2013 tiene la propiedad de estar formado por cuatro dígitos consecutivos: 0, 1, 2 y 3. ¿Cuántos años han pasado desde la última vez en que un año también estaba formado por cuatro dígitos consecutivos?

(A) 467                      (B) 527                      (C) 581                      (D) 693                      (E) 990

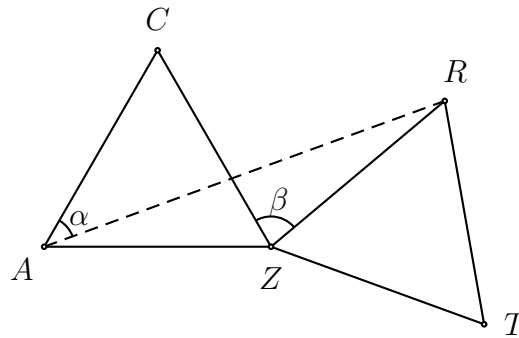
10. Considere la figura mostrada que consiste en tres cuartos de una circunferencia de centro  $M$  y con una orientación que indica la flecha. ¿Cómo quedará la figura luego de rotar  $90^\circ$  en sentido anti-horario alrededor de  $M$  y luego reflejarse sobre el eje  $x$ ?



11. ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?

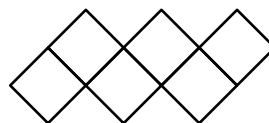
(A)  $\sqrt{20} \times \sqrt{13}$     (B)  $\sqrt{20} \times 13$     (C)  $20 \times \sqrt{13}$     (D)  $\sqrt{201} \times 3$     (E)  $\sqrt{2013}$

12. El triángulo  $RZT$  es la imagen del triángulo equilátero  $AZC$  por medio de una rotación alrededor de  $Z$ , donde  $\beta = \angle CZR = 70^\circ$ . Determine la medida del ángulo  $\alpha = \angle CAR$ .



(A)  $20^\circ$                       (B)  $25^\circ$                       (C)  $30^\circ$                       (D)  $35^\circ$                       (E)  $40^\circ$

13. La figura muestra 6 cuadrados de  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  dispuestos en *zig-zag*. El perímetro de esa figura es 14 cm. ¿Cuál es el perímetro de una figura similar a esa, pero formada por 2013 cuadrados?



(A) 2022                      (B) 4028                      (C) 4032                      (D) 6038                      (E) 8050

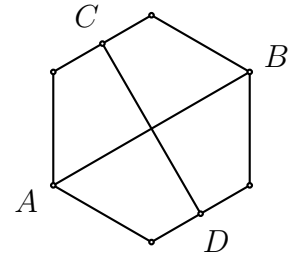
14. Dado que  $2 < x < 3$ , ¿cuántas de las siguientes proposiciones son verdaderas?

$$4 < x^2 < 9, \quad 4 < 2x < 9, \quad 6 < 3x < 9, \quad 0 < x^2 - 2x < 3.$$

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4

15. El segmento  $AB$  conecta dos vértices opuestos de un hexágono regular. El segmento  $CD$  conecta los puntos medios de dos lados opuestos. Halle el producto de las longitudes de  $AB$  y  $CD$  si el área del hexágono es 60.

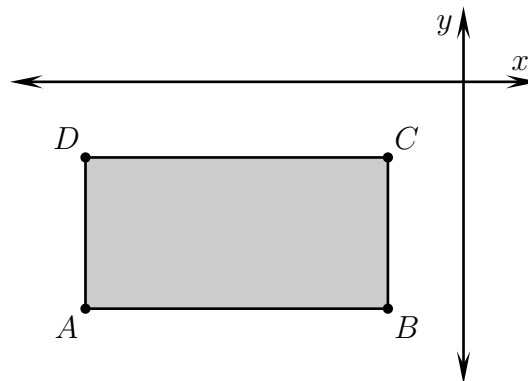
- (A) 40                      (B) 50                      (C) 60                      (D) 80                      (E) 100



16. El profesor de matemática tomó un examen a toda la clase. Si cada alumno varón hubiese obtenido 3 puntos más, entonces el promedio de la clase hubiese aumentado en 1,2 puntos. Determine el porcentaje de alumnas que hay en la clase.

- (A) 20 %                      (B) 30 %                      (C) 40 %                      (D) 60 %                      (E) Imposible determinar

17. Los lados de un rectángulo  $ABCD$  son paralelos a los ejes coordenados, como se muestra en la figura. Para cada vértice del rectángulo calculamos el valor de  $\frac{\text{coordenada } y}{\text{coordenada } x}$ . ¿Para cuál de los vértices obtenemos el menor número?



- (A)  $A$     (B)  $B$     (C)  $C$   
 (D)  $D$     (E) Depende de las dimensiones y posición del rectángulo

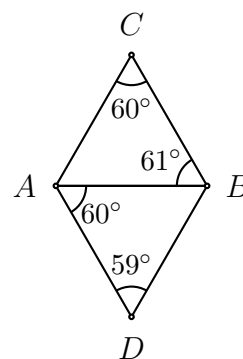
18. El día de hoy Juan y su hijo están celebrando el cumpleaños de ambos. Juan multiplicó su edad por la de su hijo y obtuvo 2013. ¿En qué año nació Juan? (Considere que el año actual es 2013.)

- (A) 1980                      (B) 1982                      (C) 1953                      (D) 1952                      (E) Se necesita más información

19. Un conjunto formado por cinco enteros positivos consecutivos tiene la siguiente propiedad: la suma de tres de ellos es igual a la suma de los otros dos. Determine cuántos conjuntos diferentes tienen esa propiedad.

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) Más de 3

20. John quería dibujar dos triángulos equiláteros pegados para formar un rombo, pero no midió correctamente las distancias, y después de que hizo la figura su hermana midió los cuatro ángulos que indican la figura, y ella se dio cuenta que no eran iguales. ¿Cuál de los cinco segmentos de la figura es el de mayor longitud?



- (A)  $AD$       (B)  $AC$       (C)  $AB$       (D)  $BC$       (E)  $BD$

21. Si desarrollamos el número decimal  $\frac{1}{1024000}$ , ¿cuántos dígitos aparecen después de la coma decimal?

- (A) 10              (B) 12              (C) 13              (D) 14              (E) 1024000

22. ¿Cuántos enteros positivos son múltiplos de 2013 y tienen exactamente 2013 divisores (incluyendo al 1 y al mismo número)?

- (A) 0              (B) 1              (C) 3              (D) 6              (E) Más de 6

23. Empezando con una lista de tres números, un proceso consiste en crear una nueva lista de tres números reemplazando cada número por la suma de los otros dos. Por ejemplo, al aplicar el proceso descrito a  $\{3, 4, 6\}$  obtenemos  $\{10, 9, 7\}$  y al aplicar nuevamente el proceso obtenemos  $\{16, 17, 19\}$ . Si empezamos con la lista  $\{1, 2, 3\}$ , ¿cuántos procesos tenemos que aplicar para que aparezca el número 2013 en la lista?

- (A) 8   (B) 9   (C) 10   (D) 2013 aparecerá varias veces   (E) Nunca aparecerá el 2013

24. En 22 tarjetas, fueron escritos los enteros positivos desde el 1 al 22. Con esas tarjetas se formaron 11 fracciones. ¿Como máximo, cuántas de esas fracciones pueden tener valores enteros?

- (A) 7              (B) 8              (C) 9              (D) 10              (E) 11

25. Se ha dibujado un polígono regular de 13 lados y denotamos con  $O$  al centro de la circunferencia que pasa por todos los vértices de ese polígono. ¿De cuántas formas se puede escoger tres vértices de ese polígono si queremos que  $O$  quede dentro del triángulo determinado por esos tres vértices?

- (A) 72              (B) 85              (C) 91              (D) 100              (E) Otro número

26. Un carro salió del punto  $A$  a una velocidad de 50 km/h yendo por una pista recta. Luego, cada hora sale un carro de  $A$ , pero cada carro que sale tiene 1 km/h más de velocidad que el carro anterior. El último carro (a una velocidad de 100 km/h) salió 50 horas después de que salió el primer carro. ¿Cuál es la velocidad del carro que está al frente de la fila de carros 100 horas después de que salió el primer carro?

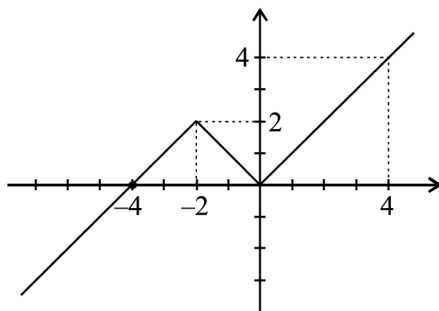
- (A) 50 km/h      (B) 66 km/h      (C) 75 km/h      (D) 84 km/h      (E) 100 km/h

27. Cien árboles (entre álamos y pinos) crecen en fila a lo largo de una gran vía. La cantidad de árboles entre dos álamos cualesquiera nunca es igual a 5. ¿Cuál es la mayor cantidad de álamos que puede haber entre esos cien árboles?

- (A) 48      (B) 50      (C) 52      (D) 60      (E) La situación planteada no es posible

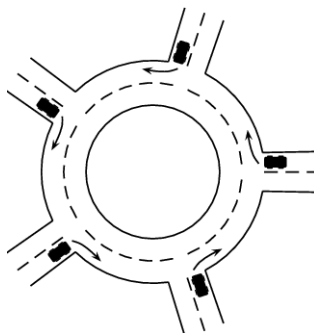
28. En la isla de los caballeros y villanos, solamente hay dos tipos de personas: caballeros (que siempre dicen la verdad) y los villanos (que siempre mienten). Conocí a dos hombres que vivían en esa isla y le pregunté al más alto si ambos eran caballeros. Él me respondió, pero no pude determinar la identidad de cada uno, así que le pregunté al hombre más bajo si el más alto era caballero. Él me respondió, y después de eso, pude determinar la identidad de cada uno. ¿Los hombres eran caballeros o villanos?
- (A) Ambos eran caballeros.  
 (B) Ambos eran villanos.  
 (C) El más alto era caballero y el más bajo villano.  
 (D) El más alto era villano y el más bajo caballero.  
 (E) Falta información.

29. Vladimir ha trazado el gráfico de una función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , la cual está compuesta de dos rayos y un segmento (vea la figura).



Determine cuántas soluciones reales tiene la ecuación  $f(f(f(x))) = 0$ .

- (A) 4                      (B) 3                      (C) 2                      (D) 1                      (E) 0
30. Cinco carros entraron a una rotonda al mismo tiempo, cada uno vino de una dirección diferente, como se muestra en la figura. Cada carro recorre menos de una vez la rotonda y no hay dos carros que dejen la rotonda en la misma dirección. ¿De cuántas formas diferentes pueden dejar la rotonda los cinco carros?



- (A) 24                      (B) 44                      (C) 60                      (D) 81                      (E) 48