

CANGURO MATEMÁTICO 2014

QUINTO DE SECUNDARIA

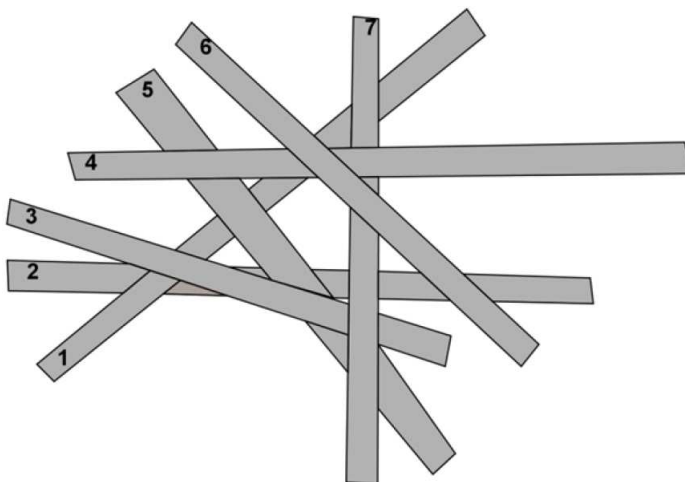


PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS y marque su CÓDIGO en los espacios destinados para este fin.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
 - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
 - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
 - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

1. Siete palitos están uno sobre otro tal como se muestra en la figura. El palito 2 está debajo de todos y el palito 6 está encima de todos. ¿Cuál es el palito que está en medio?



(A) 1

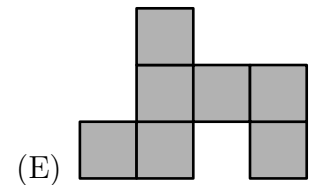
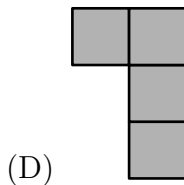
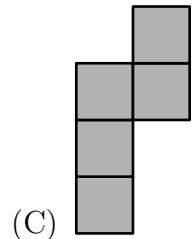
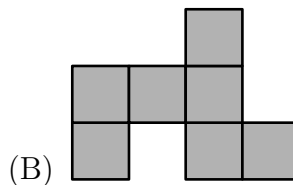
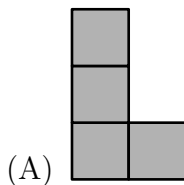
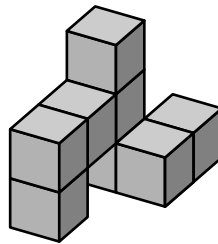
(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 7

2. ¿Cuál de los siguientes productos da el mayor resultado?
 (A) 44×777 (B) 55×666 (C) 77×444 (D) 88×333 (E) 99×222
3. ¿Cuántos dígitos tiene el resultado de multiplicar $(2^{22})^5 \times (5^{55})^2$?
 (A) 22 (B) 55 (C) 77 (D) 110 (E) 111
4. Al conejo Boris le encantan las lechugas y las zanahorias. En un día, come 9 zanahorias, ó 2 lechugas, ó 1 lechuga y 4 zanahorias, pero algunos días solo come pasto. En los últimos diez días, Boris comió en total 30 zanahorias y 9 lechugas. ¿Cuántos de estos días solo comió pasto?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
5. El sólido de la siguiente figura está hecho por la unión de 8 cubos iguales. ¿Cómo se ve el sólido desde arriba?



6. Seis semanas equivalen a $n!$ segundos. Halle el valor de n .
Aclaración: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$.
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) 12
7. Hoy es el cumpleaños de Carla, Emily y Liliana. Actualmente, la suma de sus edades es 44. ¿Cuál será la suma de sus edades la próxima vez que ésta sea un número de 2 dígitos iguales?
 (A) 55 (B) 66 (C) 77 (D) 88 (E) 99
8. Un nuevo tipo de cocodrilo ha sido descubierto en África. El largo de su cola es la tercera parte de su largo total. Su cabeza mide 93 cm lo cual equivale a la cuarta parte del largo del cocodrilo sin su cola. ¿Cuánto mide el cocodrilo en cm?
 (A) 558 (B) 496 (C) 490 (D) 372 (E) 186

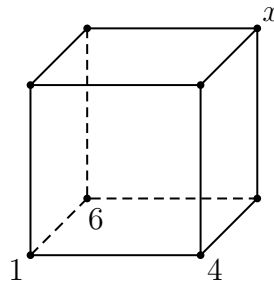
9. Seis chicas comparten un departamento con dos baños los cuales usan cada mañana desde las 7:00 a.m. Ellas usan cada baño una a la vez, y toman desayuno juntas tan pronto como la última chica haya terminado. Ellas se demoran en el baño 9, 11, 13, 18, 22 y 23 minutos, respectivamente. Organizándose bien, ¿a qué hora es lo más temprano que pueden desayunar juntas?
- (A) 7:48 a.m. (B) 7:49 a.m. (C) 7:50 a.m. (D) 7:51 a.m. (E) 8:03 a.m.
10. Un jugador de ajedrez juega 40 partidas y obtiene 25 puntos (una partida ganada cuenta como un punto, una empatada cuenta como medio punto, y una perdida cuenta como cero puntos). ¿Cuántas partidas más ganó que perdió?
- (A) 5 (B) 7 (C) 10 (D) 12 (E) 15
11. Sean p , q y r enteros positivos tales que

$$p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}.$$

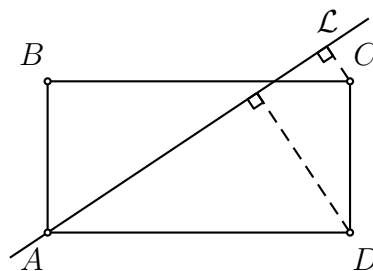
Determine el valor de pqr .

- (A) 6 (B) 10 (C) 18 (D) 36 (E) 42
12. En la ecuación $N \times U \times (M + E + R + O) = 33$, cada letra es un dígito diferente (puede ser 0, 1, 2, ..., 9). ¿De cuántas maneras diferentes se pueden escoger los valores de las letras?
- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 48 (E) 60
13. En un sistema coordenado Tom dibuja un cuadrado. Una de las diagonales está sobre el eje x . Las coordenadas de los dos vértices que están sobre el eje x son $(-1, 0)$ y $(5, 0)$. ¿Cuál de las siguientes alternativas muestra las coordenadas de otro de los vértices del cuadrado?
- (A) $(2, 0)$ (B) $(2, 3)$ (C) $(2, -6)$ (D) $(3, 5)$ (E) $(3, -1)$
14. En el número 2014 se cumple que los dígitos son diferentes y que el último dígito es mayor que la suma de los otros tres dígitos. ¿Hace cuántos años ocurrió lo mismo por última vez?
- (A) 5 (B) 215 (C) 305 (D) 395 (E) 485
15. Harry el Guapo tiene una cuenta de correo secreta que solo cuatro amigas conocen. Hoy, él ha recibido 8 mensajes en su cuenta. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es necesariamente verdadera?
- (A) Harry recibió dos mensajes de cada una de sus amigas.
 (B) Harry no puede haber recibido 8 mensajes de una de sus amigas.
 (C) Harry recibió al menos un mensaje de cada una de sus amigas.
 (D) Harry recibió al menos dos mensajes de una de sus amigas.
 (E) Harry recibió al menos dos mensajes de dos amigas diferentes.

16. Las trillizas Fernanda, Daniela y Ana querían comprar sombreros idénticos, uno para cada una. Sin embargo, a Fernanda le faltaba la tercera parte de su precio, a Daniela, un cuarto y a Ana, un quinto. Cuando el precio de cada sombrero se redujo en 9.40 soles, las hermanas juntaron sus ahorros y cada una se compró un sombrero. No sobró ningún céntimo. ¿Cuál era el precio en soles del sombrero antes de la reducción?
- (A) 12 (B) 16 (C) 28 (D) 36 (E) 42
17. Los vértices de un cubo son enumerados del 1 al 8 de tal manera que el resultado de sumar los cuatro números de los vértices de una cara sea el mismo para todas las caras. Los números 1, 4 y 6 están colocados como se muestra a continuación.

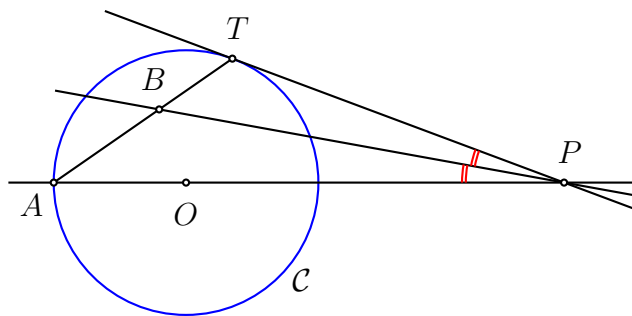


- ¿Cuál es el valor de x ?
- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 8
18. Hay 10 enteros positivos diferentes, exactamente 5 de ellos son divisibles por 5 y exactamente 7 de ellos son divisibles por 7. Sea M el mayor de estos 10 números. ¿Cuál es el mínimo valor posible de M ?
- (A) 105 (B) 77 (C) 75 (D) 63 (E) ninguna de las anteriores
19. La recta \mathcal{L} pasa a través del vértice A de un rectángulo $ABCD$. La distancia desde el punto C a \mathcal{L} es 2, y la distancia desde el punto D a \mathcal{L} es 6. Si AD es dos veces AB , encuentre el valor de AD .



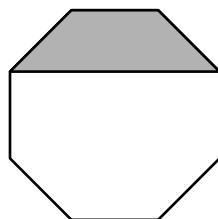
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) $4\sqrt{3}$
20. La función $f(x) = ax+b$ satisface las ecuaciones $f(f(f(1))) = 29$ y $f(f(f(0))) = 2$. ¿Cuál es el valor de a ?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

21. En la figura, PT es tangente a la circunferencia C con centro O y PB es bisectriz del ángulo TPA . Calcule la medida del ángulo TBP .



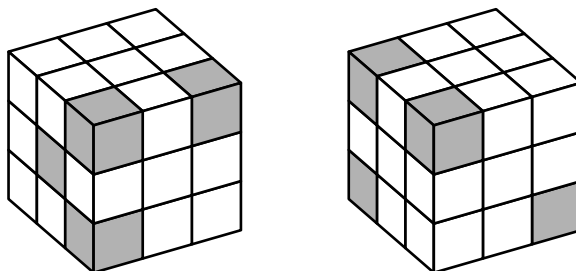
- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75° (E) depende del punto P
22. ¿Cuántas ternas (a, b, c) de enteros con $a > b > c > 1$ satisfacen $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$?
- (A) ninguna (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infinitas

23. En la siguiente figura se muestra un octágono regular. El área sombreada mide 3 cm^2 .



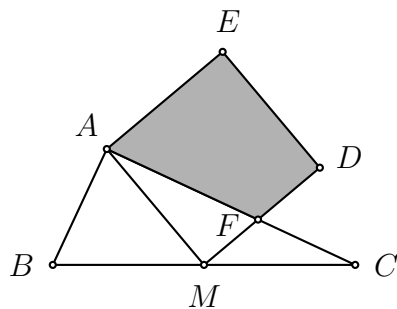
Halle el área del octágono en cm^2 .

- (A) $8 + 4\sqrt{2}$ (B) 9 (C) $8\sqrt{2}$ (D) 12 (E) 14
24. Las figuras muestran el mismo cubo desde dos vistas diferentes. Éste está formado por 27 cubitos, algunos negros y otros blancos. ¿Cuál es el mayor número de cubos negros que podría haber?



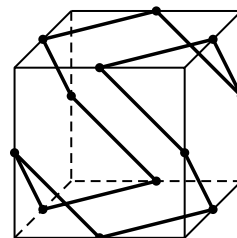
- (A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

25. Sea ABC un triángulo tal que $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm y $BC = 10$ cm, donde M es el punto medio de BC . Sea $AMDE$ un cuadrado, donde MD intersecta a AC en F . Halle el área del cuadrilátero $AFDE$ en cm^2 .



- (A) $\frac{124}{8}$ (B) $\frac{125}{8}$ (C) $\frac{126}{8}$ (D) $\frac{127}{8}$ (E) $\frac{128}{8}$
26. Dos polígonos regulares de lado 1 están en semiplanos opuestos con respecto al lado AB . Uno de ellos es un 15-ágono regular $ABCD\dots$ y el otro es un n -ágono regular $ABZY\dots$. ¿Para qué valor de n se cumple que $CZ = 1$?
Aclaración: Un k -ágono es un polígono de k lados.
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 18
27. Considera el conjunto de todos los números de 7 dígitos que se pueden obtener usando, para cada número, los dígitos $1, 2, 3, \dots, 7$ sin repetir. Colocamos estos números en orden creciente y dividimos esta lista por la mitad, de modo que ahora haya dos listas con la misma cantidad de números. ¿Cuál es el último número de la primera mitad?
- (A) 1234567 (B) 3765421 (C) 4123567 (D) 4352617 (E) 4376521

28. El diagrama muestra un polígono de doce lados cuyos vértices son los puntos medios de los lados de un cubo. Cada dos lados consecutivos de ese polígono determinan un ángulo menor que 180° . ¿Cuál es la suma de esos doce ángulos?



- (A) 720° (B) 1080° (C) 1200° (D) 1440° (E) 1800°
29. La función $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ satisface las condiciones $f(4) = 6$ y $xf(x) = (x-3)f(x+1)$, para todo entero x . ¿Cuál es el valor de $f(4)f(7)f(10)\cdots f(2011)f(2014)$?
- (A) 2013 (B) 2014 (C) 2013×2014 (D) $2013!$ (E) $2014!$
30. En el bosque de una isla mágica, tres tipos de animales habitan: leones, lobos y cabras. Los lobos pueden comer cabras y los leones pueden comer tanto lobos como cabras. Sin embargo, por ser una isla mágica, si un lobo come una cabra, éste se convierte en león. Si un león come una cabra, éste se convierte en lobo. Si un león come un lobo, éste se convierte en cabra. Originalmente, habían 17 cabras, 55 lobos y 6 leones. ¿Cuál es el mayor número de animales que pueden quedar en la isla luego de que ya no puedan comer?
- (A) 1 (B) 6 (C) 17 (D) 23 (E) 35