

# I CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2011

Sede Lima

---

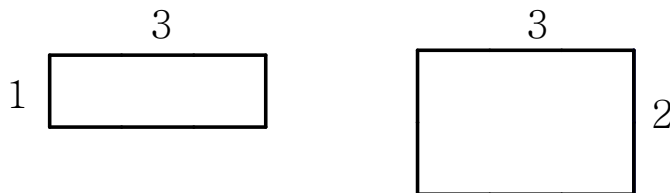
## CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

---

Duración: 1 hora y 45 minutos  
No se tendrá en cuenta la hora de entrega

**PARTE I: Marca la alternativa correcta en la Hoja de Respuestas.**

1. Actualmente mi edad es igual a la suma de las edades de mis dos hijos. Cuando mi hijo menor tenga la mitad de mi edad actual, mi hijo mayor tendrá 26 años y yo tendré 46 años, ¿cuál es mi edad actual?  
A) 45                      B) 44                      C) 41                      D) 42                      E) 40
2. La *irregularidad* de un rectángulo se define como el cociente entre la longitud de su lado mayor entre la longitud de su lado menor. Por ejemplo, el rectángulo de la izquierda tiene irregularidad  $\frac{3}{1} = 3$  y el de la derecha tiene irregularidad  $\frac{3}{2} = 1,5$



A un cuadrado de papel se le hizo un corte vertical de tal forma que se obtuvo dos rectángulos, si la irregularidad de uno de esos rectángulos es 9, calcula la irregularidad del otro rectángulo.

- A) 1,25                      B) 1,75                      C) 0,88                      D) 1,5                      E) 1,125
3. Sea  $A$  la suma de todos los enteros positivos pares que tienen 5 dígitos y  $B$  la suma de todos los enteros positivos impares que también tienen 5 dígitos. Halla  $A - B$ .  
A) 90000                      B) -45500                      C) -45000                      D) -4500                      E) 4500

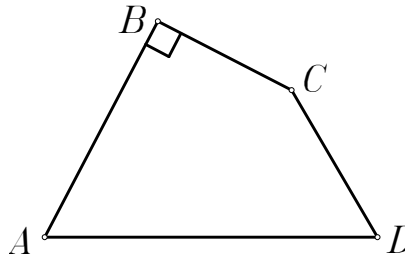
4. Lucas escribe en una pizarra todos los números múltiplos de 3 desde el 3 hasta el 2010. Luego Andrea borra todos los números que son pares. ¿Cuántos números quedan en la pizarra?
- A) 200                      B) 275                      C) 201                      D) 330                      E) 335

5. Los siguientes números de dos dígitos forman una progresión aritmética, en ese orden:

$$\overline{kk}, \overline{5b}, 72, \overline{bc}.$$

Calcula  $k + b + c$ .

- A) 15                      B) 18                      C) 17                      D) 16                      E) 19
6. En el cuadrilátero  $ABCD$  tenemos que  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $\angle CDA = 60^\circ$  y  $\angle BAD = 60^\circ$ . Si  $AB = 11$  y  $CD = 5$ , calcula la longitud de  $AD$ .

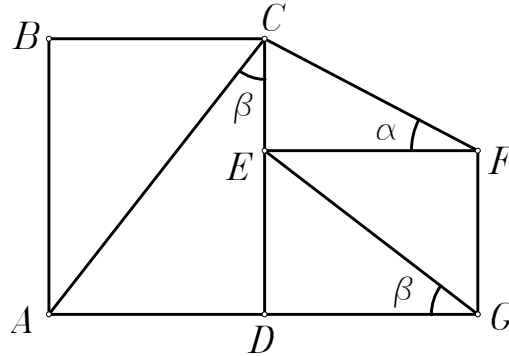


- A) 17                      B) 19                      C) 22                      D) 14                      E) 16
7. Sea  $\mathbb{N}$  el conjunto de los enteros positivos,  $\mathbb{P}$  el conjunto de los enteros positivos pares y  $\mathbb{S}$  el conjunto de los enteros positivos que son múltiplos de 6. Si  $\mathbb{P}^c$  y  $\mathbb{S}^c$  denotan los complementos de los conjuntos  $\mathbb{P}$  y  $\mathbb{S}$ , respectivamente, con respecto al conjunto  $\mathbb{N}$ ; ¿cuál de las siguientes alternativas denota al conjunto de los enteros positivos pares que no son múltiplos de 3?
- A)  $\mathbb{P}^c \cap \mathbb{S}$                       B)  $\mathbb{P}^c \cup \mathbb{S}^c$                       C)  $\mathbb{P} \cup \mathbb{S}$                       D)  $\mathbb{P} \cap \mathbb{S}^c$                       E)  $\mathbb{P} \cup \mathbb{S}^c$
8. Un señor fue a una tienda y pidió al vendedor 20 chocotejas pequeñas y  $n$  grandes. El vendedor confundió el pedido y le despachó  $n$  chocotejas pequeñas y 20 grandes. Esta confusión ocasionó que el valor de la compra aumentara en 50%. Determine el valor de  $n$ , si se sabe que una chocoteja grande cuesta el doble de una chocoteja pequeña.
- A) 4                      B) 5                      C) 10                      D) 8                      E) 6
9. ¿Cuántos pares ordenados  $(x, y)$  de números reales satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones?

$$\begin{aligned} x + |y| &= 7 \\ |x| + y &= 6 \end{aligned}$$

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4

10. ¿Cuál de las siguientes alternativas es verdadera?  
 A)  $2\sqrt{2} < \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$     B)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} < 2\sqrt{2} < \sqrt{10}$     C)  $2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$   
 D)  $\sqrt{10} < 2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$     E)  $\sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10} < 2\sqrt{2}$
11. De los siguientes cinco números, solamente uno es la cuarta potencia de un número entero, ¿cuál es?  
 A) 156250004    B) 155226682    C) 158728728    D) 154160510    E) 157351936
12. El área del rectángulo  $ABCD$  es igual a 4 veces el área del rectángulo  $DEFG$ . Calcule  $\tan \alpha$  en función de  $\tan \beta$ .



- A)  $2 - \tan \beta$     B)  $1 - 2 \tan \beta$     C)  $1 - \tan \beta$     D)  $\tan \beta$     E)  $2 \tan \beta$
13. La ecuación  $x^2 + \sqrt{7}x - 3 = 0$  tiene raíces  $r_1$  y  $r_2$ . ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene raíces  $r_1 + 2r_2$  y  $r_2 + 2r_1$ ?  
 A)  $x^2 + 3\sqrt{7}x + 14 = 0$     B)  $x^2 + 3\sqrt{7}x - 9 = 0$     C)  $x^2 - 3\sqrt{7}x + 7 = 0$   
 D)  $x^2 + 3\sqrt{7}x + 17 = 0$     E)  $x^2 + 3\sqrt{7}x + 11 = 0$
14. Sea  $ABC$  un triángulo de lados  $AB = c$ ,  $BC = a$  y  $CA = b$ . Se definen los puntos  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$  de la siguiente forma:
- Los puntos  $A_1, A, B, B_2$  son colineales y aparecen en ese orden, tales que  $A_1A = a$  y  $BB_2 = b$ .
  - Los puntos  $B_1, B, C, C_2$  son colineales y aparecen en ese orden, tales que  $B_1B = b$  y  $CC_2 = c$ .
  - Los puntos  $C_1, C, A, A_2$  son colineales y aparecen en ese orden, tales que  $C_1C = c$  y  $AA_2 = a$ .

Se puede demostrar que los puntos  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$  pertenecen a una misma circunferencia, que recibe el nombre de *Circunferencia de Conway del triángulo ABC*.

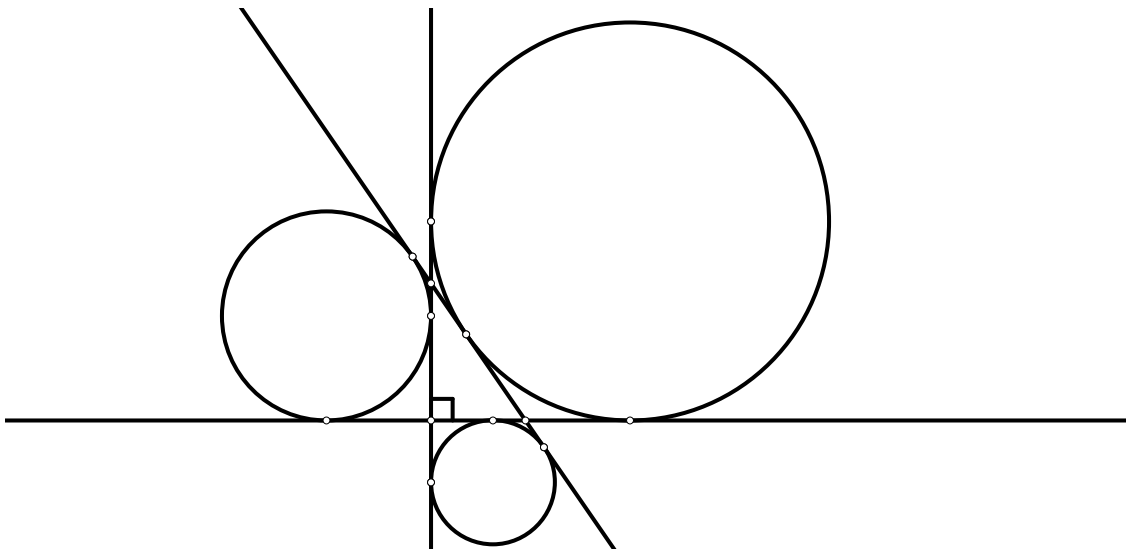
Complete la siguiente frase: El centro de la Circunferencia de Conway de un triángulo  $ABC$  coincide con el \_\_\_\_\_ del triángulo  $ABC$ .

- A) baricentro    B) circuncentro    C) incentro    D) ortocentro    E) excentro

15. Si el número  $101!$  tiene  $d$  divisores positivos, ¿cuántos divisores positivos tiene el número  $102! - 101!$  ?
- A)  $\frac{5d}{2}$                       B)  $2d$                       C)  $\frac{3d}{2}$                       D)  $101d$                       E)  $3d$
- Aclaración.*  $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$ .

**PARTE II: Escribe tu respuesta en el recuadro correspondiente en la Hoja de respuesta. La respuesta siempre es un entero positivo.**

16. Sea  $\theta$  un ángulo agudo para el cual se cumple que  $2 \cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta = \frac{19}{12}$ . Calcula el valor de  $(2 \cot \theta)^2$ .
17. Halle el menor número de cuatro dígitos que termina en 5, tal que al reordenar sus dígitos se pueda obtener un múltiplo de 33.
18. Sea  $N = 10^{2011}$ . ¿Para cuántos enteros positivos  $d$  se cumple que  $d$  y  $\frac{N}{d}$  son enteros múltiplos de  $10^{1000}$ ?
19. Un triángulo rectángulo tiene tres circunferencias ex-inscritas, las que son tangentes a los catetos tienen radios 5 y 12. Hallar el radio de la tercera circunferencia.



20. En la figura se muestra una fila formada por 9 casillas, en cada una de ellas se va a colocar una ficha verde, azul o roja de tal forma que se cumpla la siguiente condición:

Cualquier ficha tiene al menos una ficha vecina del mismo color.

Determina de cuántas formas se puede colocar las fichas, suponiendo que la cantidad de fichas de cada color es ilimitada.



*Aclaración.* Dos fichas son vecinas si están en casillas que comparten un lado.