



Editorial
Binaria

IV CONCURSO DE MATEMÁTICA

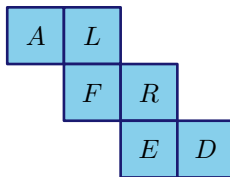
BINARIA 2014 - Etapa Final

CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

Parte A

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

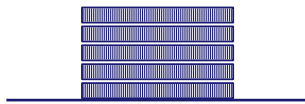
A1 Con el siguiente molde se va a armar un cubo:



Luego de armar el cubo, ¿cuál es la letra que está en la cara opuesta a la que contiene la letra D ?

- (A) A (B) L (C) F (D) R (E) E

A2 Al apilar 5 monedas de 1 sol la altura de la pila es 1 centímetro, como se ve en la siguiente figura:



Un millonario loco quiere apilar un millón de monedas de 1 sol. Si esto fuera posible, ¿cuál sería la altura de la pila?

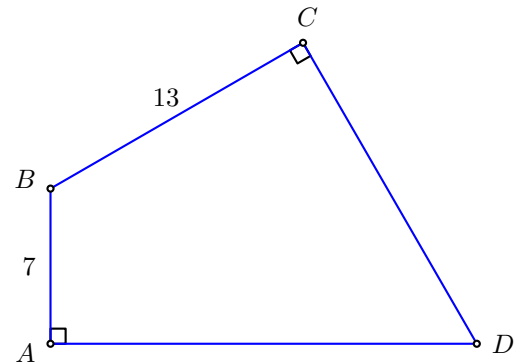
- (A) 20 metros
(B) 100 metros
(C) 200 metros
(D) 2 kilómetros
(E) 20 kilómetros

A3 ¿En cuántos puntos se intersectan las gráficas de las funciones $f(x) = 8 - |x|$ y $g(x) = |x + 2| - 2$ en el plano cartesiano?

Aclaración: Considere que el dominio de cada una de esas funciones es el conjunto de los números reales.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A4 En el cuadrilátero $ABCD$ se cumple que $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$, $BC = 13$ y $AB = 7$. Calcule la diferencia de las longitudes de los segmentos AD y CD .

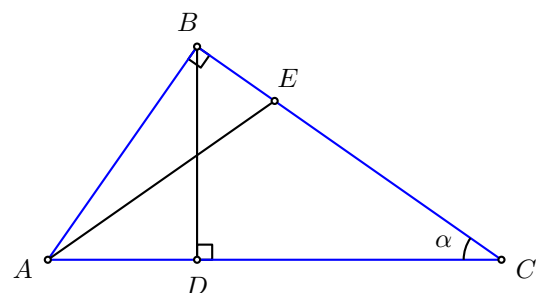


- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) 6 (D) $3\sqrt{6}$ (E) $6\sqrt{2}$

A5 Un grupo de trabajadores de una empresa fue a almorzar a un restaurante. Se sabe que el porcentaje de mujeres en el grupo es mayor que 45 % pero menor que 50 %. ¿Cuántas mujeres como mínimo puede haber en el grupo?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

A6 En la siguiente figura, el triángulo ABC es rectángulo y BD es perpendicular a la hipotenusa AC . Si $AE = EC = DC$, calcule el valor de $\cos \alpha$.



- (A) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{4}{5}$

A7 Decimos que un número *termina en 5* si el dígito de sus unidades es 5. Por ejemplo, 5, 15 y 855 terminan en 5. ¿Cuántos divisores del número 60^{12} terminan en 5 ?

- (A) 169 (B) 156 (C) 144 (D) 120 (E) 3900

A8 Al dividir el polinomio $(x + 2)^{20} - (x + 1)^{20}$ entre $x^2 + x + 1$ el resto es $-ax - b$, donde a y b son enteros positivos. Determine el resto de dividir a entre 9.

- (A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 8 (E) 5

A9 En el plano se han trazado n rectas azules y cada punto de intersección se ha pintado de rojo. Si hay una recta que contiene exactamente 2 puntos rojos y hay una recta que contiene exactamente 5 puntos rojos, determine cuántos valores puede tomar n sabiendo que no hay tres rectas que sean concurrentes.

Aclaración: Tenga en cuenta que una recta es infinita en ambas direcciones.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

A10 Ximena y Omar juegan, alternando turnos, sobre un tablero de 3×3 de la siguiente forma: Ximena escribe \times en su turno y Omar escribe \circ en su turno, Xime-

na empieza y **pierde** quien consigue tres de sus signos «en raya» (en horizontal, vertical o diagonal). Después de cuatro turnos el tablero queda así:

\times	\times	\circ
\circ		

Ahora es el turno de Ximena, ¿en cuál de las casillas A, B, C, D, E debe escribir su \times para que esté segura de que no va a perder?

A	B	C
\times	\times	\circ
\circ	D	E

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

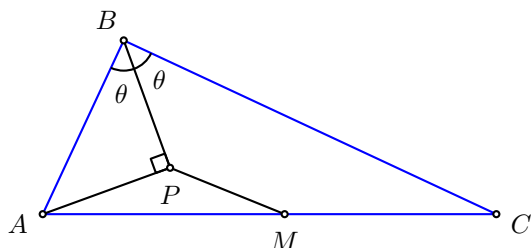
Parte B

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Determine de cuántas formas se pueden colocar los números 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4 y 4 (un número en cada casilla) en las 8 casillas de la figura, de tal manera que entre los dos 1 haya exactamente un número, entre los dos 2 haya exactamente dos números, entre los dos 3 haya exactamente tres números, y entre los dos 4 haya exactamente cuatro números.



B2 En la figura se tiene que $AB = 25$, $BC = 41$ y $\cos \theta = \frac{3}{5}$. Si M es el punto medio del segmento AC . Calcule el área del cuadrilátero $MPBC$.



B3 En un triángulo acutángulo ABC se trazan las alturas AP , CR , BQ . Se cumple que:

- La distancia de A a la recta RQ es 2.
- La distancia de B a la recta RP es 3.
- La distancia de C a la recta PQ es 6.

Calcule el valor de

$$\sec A \cdot \sec B \cdot \sec C.$$

B4 Si a, b, c, d, e son reales positivos tales que

$$a + b + c + d + e = 6,$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 6.$$

Determine el mayor valor posible de

$$12 \left(a + \frac{1}{a} \right).$$

B5 Para cada entero positivo n , sea $S(n)$ la suma de los dígitos de n . Determine para cuántos enteros positivos $m \leq 999$ se cumple que $S(9 \cdot m) = 27$.