



Editorial  
Binaria

# V CONCURSO DE MATEMÁTICA

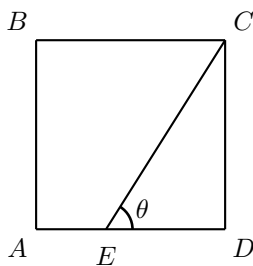
## BINARIA 2017 - Etapa Final

### CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

#### Parte A

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- A1** En la figura,  $ABCD$  es un cuadrado de área  $S$ . Calcule la distancia de  $B$  a la recta  $EC$ , en función de  $S$  y  $\theta$ .



- (A)  $\sqrt{S} \cos \theta$       (B)  $S \tan \theta$       (C)  $\sqrt{S} \sin \theta$   
 (D)  $\sqrt{S} \csc \theta$       (E)  $S \sec \theta$

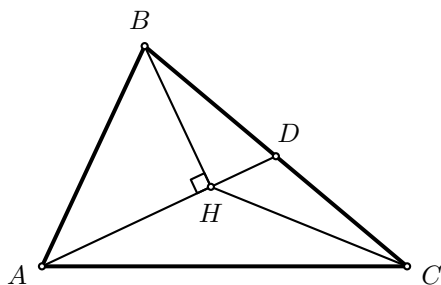
- A2** Determine el valor de  $k$  para el cual los puntos del plano cartesiano cuyas coordenadas son  $(0, 2)$ ,  $(2, k)$  y  $(5, 12)$  pertenecen a una misma recta.

- (A) 6      (B) 7      (C) 4      (D) 8      (E) 9

- A3** El repartidor de una tienda tiene en su carro 16 electrodomésticos en total, entre microondas, ollas arroceras y licuadoras. Un microondas, una olla arrocera y una licuadora pesan 13 kg, 5 kg y 4 kg, respectivamente. Si el peso total de los electrodomésticos es 113 kg, ¿cuántos licuadoras tiene el repartidor?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) 8

- A4** En la figura mostrada,  $D$  es punto medio de  $BC$  y  $BH$  es perpendicular a  $AD$ . Suponga que  $AB = HC = 13$  y  $HD = 6$ . Calcule el área del triángulo  $ABC$ .



- (A) 180      (B) 120      (C) 135      (D) 60      (E) 90

- A5** En el tablero mostrado se tiene que completar las casillas vacías con enteros positivos de tal forma que los cuatro números de cada fila formen una progresión aritmética (en ese orden) y los cinco números de cada columna también formen una progresión aritmética (en ese orden). Calcule la suma de los dígitos del número que tiene que ir en la casilla sombreada.

			70
	35		
		35	
			18

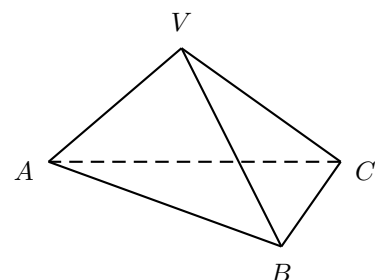
- (A) 8      (B) 3      (C) 5      (D) 1      (E) 2

- A6** Sean  $a$  y  $b$  números reales. Determine cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas.

- Si  $a < b$  entonces  $a^2 < b^2$ .
- Si  $a < b$  entonces  $a^3 < b^3$ .
- Si  $a^3 < b^3$  entonces  $a^2 < b^2$ .
- Si  $a^4 < b^4$  entonces  $a^2 < b^2$ .

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

- A7** En la figura se muestra una pirámide de base  $ABC$  y vértice  $V$ . Si  $\angle AVB = \angle BVC = \angle CVA = 90^\circ$ ,  $VA = 6$ ,  $VB = 8$  y  $VC = 10$ , calcule el volumen de dicha pirámide.



- (A) 100      (B) 75      (C)  $\frac{200}{3}$       (D) 45      (E) 80

**A8** Sea  $M$  el punto medio del lado  $AC$  de un triángulo  $ABC$ . En el segmento  $BC$  ubicamos un punto  $K$  tal que  $AB = BK$  y  $\angle BMK = 90^\circ$ . Si  $\angle BAC + \angle BCA = 70^\circ$ , determine la medida del ángulo  $\angle BKM$ .

(A)  $70^\circ$     (B)  $35^\circ$     (C)  $65^\circ$     (D)  $60^\circ$     (E)  $55^\circ$

**A9** Consideremos un torneo donde participaron  $N$  jugadores, con  $4 \leq N \leq 9$ . Cada jugador se enfrentó contra cada uno de los otros jugadores exactamente una vez, y en cada partido el ganador obtuvo 1 punto y el perdedor, 0 puntos (no hay empates). Al final del torneo ocurrió que Ramiro, uno de los jugadores, fue el único que obtuvo un número impar de puntos y además, hubo exactamente 3 jugadores que obtuvieron mayor puntaje que Ramiro. ¿Cuál fue el puntaje de Ramiro?

(A) 1    (B) 3    (C) 5    (D) 7    (E) 9

**A10** Encuentre el mayor entero positivo  $n$  que cumple las siguientes dos propiedades:

- $n$  no es un cubo perfecto.
- $n^2$  es múltiplo de  $\lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor^5$ .

Dé como respuesta el resto de dividir dicho número entre 25.

*Aclaración:*  $\lfloor x \rfloor$  es el mayor número entero que es menor o igual que  $x$ . Por ejemplo,  $\lfloor \pi \rfloor = 3$ ,  $\lfloor 2 \rfloor = 2$  y  $\lfloor \sqrt{3} \rfloor = 1$ .

(A) 18    (B) 22    (C) 14    (D) 6    (E) 12

## Parte B

**De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.**

**B1** Encuentre el mayor entero positivo  $n$  para el cual se cumple que  $n^3$  es un divisor de  $20^7$ .

**B2** Un programa de computadora escoge al azar un número natural de dos dígitos. Sea  $p$  la probabilidad de que el dígito de las decenas de dicho número sea mayor que el dígito de las unidades. Calcule el valor de  $\frac{60}{p^2}$ .

**B3** Alrededor de una mesa se sentaron 17 niños. Cada uno tiene puesto un sombrero rojo o azul. La profesora le hizo la siguiente pregunta a cada niño: «¿Cuántos de tus vecinos tienen el mismo color de sombrero que tú?». Es claro que la respuesta a esa pregunta puede ser 0, 1 o 2. Si se sabe que exactamente 8 niños respondieron 2, ¿como máximo cuántos niños respondieron 1?

**B4** Sea  $C$  el mayor número real para el cual la siguiente desigualdad se cumple para todos los reales positivos  $x, y$ :

$$(x + y)^5 \geq Cxy(x^3 + y^3).$$

Dé como respuesta el número entero  $n$  para el cual se cumple que  $n < 5C \leq n + 1$ .

**B5** Un triángulo tiene ángulos de medidas  $57^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $63^\circ$ , y lados de longitudes  $a, b, c$ . Sean  $x, y, z$  números reales positivos tales que:

$$x(y + z - x) = a^2,$$

$$y(z + x - y) = b^2,$$

$$z(x + y - z) = c^2.$$

Se sabe que  $x, y, z$  representan los lados de un triángulo, determine el mayor ángulo de dicho triángulo.