



VI CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2018 - Primera Etapa CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

De los problemas del 1 al 20 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- 1 La media aritmética de cuatro números es 4. Si agregamos un quinto número, la media aritmética de esos cinco números sería 5. ¿Cuál es el valor de ese quinto número?

(A) 9 (B) 8 (C) 5 (D) 15 (E) 7

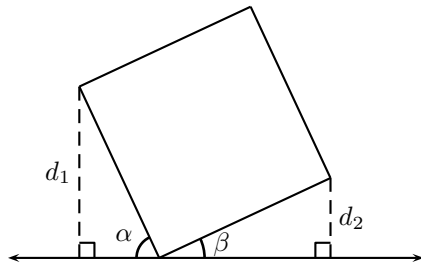
- 2 La gráfica de la función $f(x) = 2x^3 + 1$ contiene a los puntos $(a, 17)$ y $(-a, b)$ del plano cartesiano. Calcule el valor de b .

(A) 18 (B) 13 (C) -18 (D) -17 (E) -15

- 3 Sea $ABCD$ un trapecio, con AB paralelo a CD , tal que $AD = 10$ y $CD = 15$. Si $\angle C = 75^\circ$ y $\angle D = 30^\circ$, calcule AB .

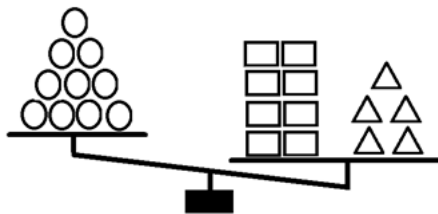
(A) 5 (B) $\frac{15}{2}$ (C) 10 (D) $\frac{25}{2}$ (E) $5\sqrt{3}$

- 4 En la siguiente figura se muestra un cuadrado y una recta que pasa por uno de sus vértices. Si $\alpha = 2\beta$, calcule $\frac{d_1}{d_2}$.



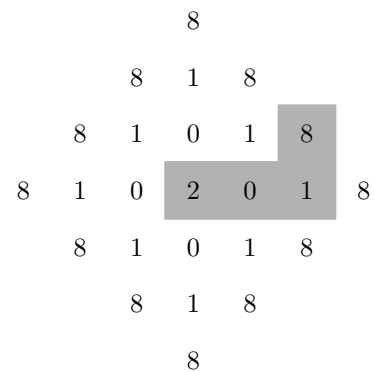
(A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

- 5 Se muestra una balanza de dos platillos. Se sabe que objetos idénticos tienen el mismo peso, el peso de cuatro círculos es igual al peso de tres rectángulos y, además, el peso de un rectángulo es el doble del peso de un triángulo. ¿Cuántos objetos, como mínimo, se debe trasladar de un platillo al otro para equilibrar la balanza?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

- 6 En el arreglo de números que se muestra a continuación, ¿por cuántas rutas diferentes se puede leer 2018? Comenzando en el 2 de la parte central, una ruta solo permite movimientos de un número a un número adyacente (arriba, abajo, izquierda o derecha, pero no diagonal). Un ejemplo de un camino de este tipo se encuentra en la imagen.



(A) 12 (B) 13 (C) 16 (D) 28 (E) 40

- 7 Los puntos P, Q, R, S, T pertenecen a una recta ℓ y aparecen en ese orden. Se sabe que el punto medio de QR coincide con el punto medio de PS . Además, el punto medio de RS coincide con el punto medio de QT . Luego, podemos asegurar que ...

(A) R es el punto medio de QS .
(B) Q es el punto medio de PR .
(C) PQ y ST miden lo mismo.
(D) S es el punto medio de QT .
(E) R es el punto medio de PT .

- 8 En una biblioteca unos alumnos estudiaban física, otros matemática, y la quinta parte del total, historia. En un determinado momento se observó que: 14 de ellos dejaron de estudiar física para estudiar historia; después, 2 dejaron de estudiar historia para estudiar física; finalmente, 4 dejaron de estudiar historia para estudiar matemática. En ese momento, hubo la misma cantidad de alumnos estudiando cada uno de los tres cursos. ¿Cuántos alumnos en total había en la biblioteca?

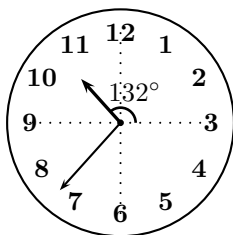
Aclaración: suponga que, en todo momento, cada alumno de la biblioteca está estudiando exactamente uno de los tres cursos.

(A) 35 (B) 45 (C) 60 (D) 65 (E) 75

- 9** ¿Cuál es el menor entero positivo que es el triple de un cuadrado perfecto y el doble de un cubo perfecto? Dé como respuesta la suma de sus dígitos.
 (A) 36 (B) 72 (C) 18 (D) 9 (E) 45

- 16** Se escoge al azar tres vértices distintos de un cubo. ¿Cuál es la probabilidad de que los vértices escogidos sean los vértices de un triángulo equilátero?
 (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{15}{28}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{11}$ (E) $\frac{1}{7}$

- 10** ¿Cuál es la hora que marca el reloj mostrado?



- (A) 10:35 (B) 10:36 (C) 10:37 (D) 10:38 (E) 10:39

- 17** Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo cuyas diagonales se intersectan en el punto O . Si las áreas de los triángulos AOB y COD son 12 y 27, respectivamente, determine el menor valor posible del área del cuadrilátero $ABCD$.

- (A) 57 (B) 75 (C) 63 (D) 78 (E) 81

- 11** Suponga que a, b, c y d son números reales no nulos tales que $a + b + c + d = 0$. ¿Cuáles son los posibles valores de la expresión $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{d}{|d|} + \frac{abcd}{|abcd|}$?
 (A) 1 (B) 1 y -1 (C) 1 y -3
 (D) -1 y -3 (E) $-1, 1$ y -3

- 18** La sucesión $f(0), f(1), f(2), f(3), \dots$ cumple que $f(0) = 0$, $f(2n) = f(n)$ y $f(2n + 1) = f(n) + 1$, para todo entero no negativo n . Calcule el valor de $f(2018) + f(2019)$.

- (A) 19 (B) 17 (C) 15 (D) 18 (E) 12

- 12** Sea α un ángulo, no necesariamente agudo, y λ un número real tal que:

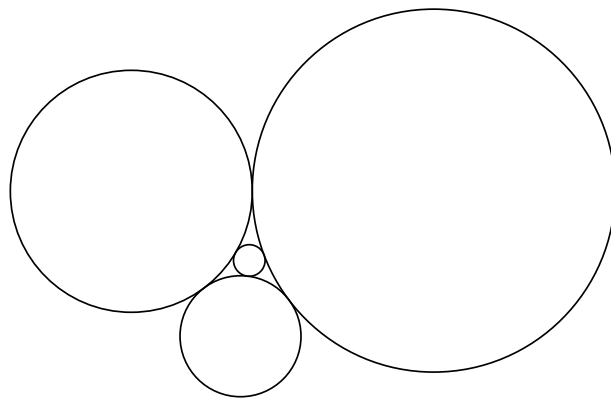
$$(1 + \sin \alpha) + (1 + \cos \alpha) = \lambda,$$

$$(1 + \sin \alpha)^2 + (1 + \cos \alpha)^2 = \lambda^2.$$

Calcule el valor de λ .

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) $\sqrt{2}$ (E) $-\sqrt{2}$

- 19** Tres circunferencias de radios 1, 2 y 3 son tangentes exteriormente dos a dos como se muestra en la figura. Una circunferencia más pequeña es tangente a las tres circunferencias. Si el radio de la circunferencia más pequeña es $\frac{p}{q}$, donde p y q son enteros positivos coprimos, ¿cuál es el valor de $p + q$?



- (A) 5 (B) 25 (C) 27 (D) 29 (E) 31

- 13** Definimos el número P de la siguiente forma:

$$P = \left(1 + \frac{1}{1 \times 3}\right) \left(1 + \frac{1}{2 \times 4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2016 \times 2018}\right).$$

Calcule el valor de $1009P$.

- (A) 2016 (B) 4036 (C) 2017 (D) 2018 (E) 4034

- 20** Pedro ha colocado 20 naves invisibles en un tablero de 10×10 , donde cada nave cubre dos casillas del tablero que comparten un lado, de tal forma que cualesquiera dos naves no se tocan (ni siquiera en un vértice). ¿Cuál es el número máximo de casillas que puede escoger Vilma para tener la seguridad de que ninguna de las casillas que escogió esté cubierta por alguna nave?

- (A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 0

- 14** Sean α y β ángulos que pertenecen al intervalo $(0^\circ, 90^\circ)$ tales que $\tan \alpha = 2$ y $\tan \beta = \frac{2}{3}$. ¿A cuál de los siguientes intervalos pertenece $\alpha + \beta$?
 (A) $(30^\circ, 60^\circ)$ (B) $(60^\circ, 90^\circ)$ (C) $(90^\circ, 120^\circ)$
 (D) $(120^\circ, 150^\circ)$ (E) $(150^\circ, 180^\circ)$

- 15** Sara dibuja un rectángulo tal que las longitudes de sus lados son números enteros. Además, se sabe que el valor del área del rectángulo es menor que el valor de su perímetro. ¿Cuál es el mayor valor posible de la longitud del lado menor?
 (A) 1 (B) 6 (C) 3 (D) 7 (E) 4