VI CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2018 - Segunda Etapa

SEGUNDO Y TERCERO DE SECUNDARIA

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

A1 Sebastián tenía cierta cantidad de dinero, luego su papá le dio una cantidad igual a la que tenía y gastó S/ 8 comprando un cuaderno. Luego, su mamá le dio una cantidad igual al doble de lo que le quedaba en ese momento y gastó S/ 42 comprando un libro. Si al final se quedó sin nada de dinero. ¿Cuánto dinero tenía al principio Sebastián?

(A) S/ 16 (B) S/ 11 (C) S/ 8 (D) S/ 9 (E) S/ 12

A2 Los números 27, $\overline{a3}$, $\overline{5b}$, $\overline{cd}$ forman una progresión aritmética (en ese orden). Calcule el valor de $a+b+c+d$.

(A) 22 (B) 27 (C) 19 (D) 23 (E) 25

A3 Sea $ABCDE$ un pentágono regular y sea F un punto en el interior del pentágono tal que el triángulo ABF es equilátero. Calcule la medida del ángulo FCD.

(A) 40° (B) 45° (C) 42° (D) 60° (E) 37°

A4 Un niño cometió una travesura, pero no se sabe quién fue. Hay cuatro sospechosos: Carlos, Gabriel, Lucas y Omar. Al ser interrogados, cada uno declaró lo siguiente:

- Carlos: Gabriel es el culpable.
- Lucas: Yo no soy culpable.
- Gabriel: Omar es el culpable.
- Omar: Yo no soy culpable.

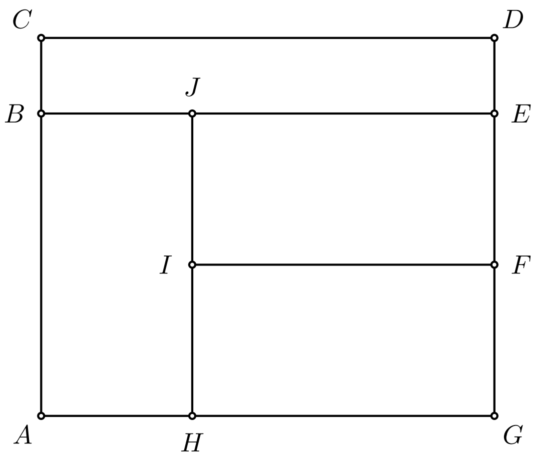
Se sabe que exactamente un niño dijo la verdad. ¿Quién es el (único) culpable?

(A) Lucas (B) Omar (C) Gabriel
(D) Carlos (E) falta información

A5 Definimos el operador $p\Delta q = pq + (1-p)(1-q)$, para cualesquiera p y q números reales. Determine la proposición verdadera:

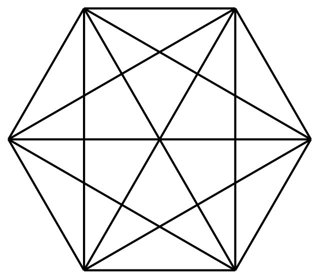
(A) $0\Delta q$ no depende de q.
(B) $1\Delta q$ no depende de q.
(C) $q\Delta q$ no depende de q.
(D) $q\Delta 2$ no depende de q.
(E) $\frac{1}{2}\Delta q$ no depende de q.

A6 En la figura se cumple que cada uno de los rectángulos $ABJH$, $IJEF$, $HIFG$ y $BCDE$ tiene área 18 cm^2. Calcule el área del triángulo CJG.



(A) 3 cm^2 (B) $\dfrac{9}{2}$ cm^2 (C) 6 cm^2 (D) 9 cm^2 (E) 2 cm^2

A7 En la siguiente figura, se han trazado todas las diagonales de un hexágono regular.



Determine cuántos triángulos rectángulos hay en esta figura.

(A) 24 (B) 48 (C) 60 (D) 72 (E) 84

A8 Encuentre el menor número entero positivo N tal que $N-10$ es un cuadrado perfecto y $N+10$ es un cubo perfecto. Dé como respuesta la suma de los dígitos de dicho número.

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) 13

A9 En la pizarra están escritos los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Una operación consiste en escoger dos números de la pizarra y sumar 1 a cada uno. ¿Como mínimo cuántas operaciones se necesita para conseguir que los 7 números sean iguales?

(A) 7 (B) 11 (C) 14 (D) 20 (E) 21

A10 Sobre la superficie de un cubo se marcaron N puntos rojos (cada punto rojo puede ser un vértice del cubo, estar incluido en una arista o estar en el interior de una cara). Se sabe que no hay dos caras del cubo que contienen el mismo número de puntos rojos. Determine el menor valor posible de N.

Aclaración: considere que una cara también contiene a todo su borde, es decir, contiene a sus vértices y sus aristas. Por ejemplo, si solo se marca un vértice de rojo (y ningún otro punto rojo más), hay tres caras que contienen 1 punto rojo y 3 caras que contienen 0 puntos rojos.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

Parte B

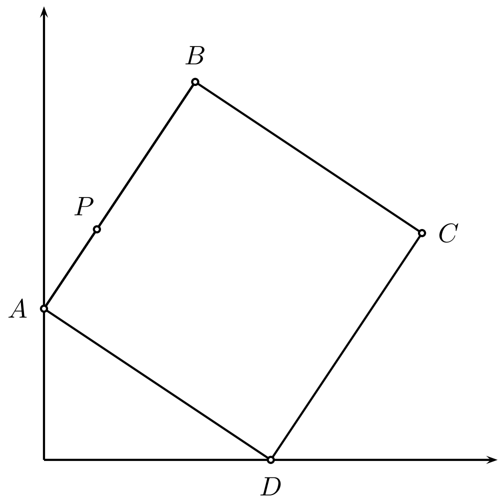
De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Un número tiene 26 dígitos y cada dígito es igual a 1. Determine el resto de dividir dicho número entre 37.

B2 ¿Cuántos enteros positivos de la forma $\overline{2018abc}$ son múltiplos tanto de 20 como de 18?

Aclaración: a, b y c no son necesariamente distintos.

B3 En la figura se muestra un cuadrado $ABCD$ dibujado en el plano cartesiano, donde P es un punto del lado AB. Se sabe que las coordenadas de C y P son $(10, 6)$ y $(2, k)$, respectivamente. Calcule el valor de k.



B4 Un joyero tiene 17 perlas cuyos pesos son 1g, 2g, 3g, ..., 17g. Usando las perlas, él quiere formar un collar (circular) de tal forma que se cumpla la siguiente condición: Para cualesquiera dos perlas adyacentes, el peso de una es mayor o igual que el doble del peso de la otra. Determine el número máximo de perlas que puede usar el joyero.

B5 Determine el menor entero entero positivo n para el cual existen números reales x, y, z, w tales que

$$\begin{aligned}(x+y)(z+w) &= 8,\\ (x+z)(y+w) &= 12,\\ (x+w)(y+z) &= 16,\\ x^2+y^2+z^2+w^2 &\leq n.\end{aligned}$$