



De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- 1 Sean  $\mathcal{A}$  y  $\mathcal{B}$  dos subconjuntos de  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , cada uno de tres elementos. La suma de los elementos de  $\mathcal{A}$  es 17 y la suma de los elementos de  $\mathcal{B}$  es 13. Además, se sabe que el mayor elemento de  $\mathcal{B}$  es el doble de su menor elemento. ¿Cuántos elementos tiene  $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ ?

(A) No se puede precisar. (B) 6 (C) 4 (D) 3 (E) 5

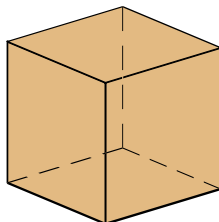
- 2 Daniel tiene tres varillas de metal: dos de ellas son azules y la otra es gris. Las dos varillas azules tienen igual longitud y la longitud de la varilla gris es 60% más que la longitud de la varilla azul. Usando las tres varillas (sin cortar), Daniel formó un triángulo cuyo perímetro es 180 cm. ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

(A) 1600 cm<sup>2</sup> (B) 1200 cm<sup>2</sup> (C) 1000 cm<sup>2</sup>  
(D) 2400 cm<sup>2</sup> (E) 1500 cm<sup>2</sup>

- 3 El número 434343...43 tiene 80 dígitos y el número 636363...63 tiene 82 dígitos. Al sumar esos dos números obtenemos un número cuya suma de dígitos es:

(A) 268 (B) 252 (C) 289 (D) 305 (E) 298

- 4 Considere un cubo cuyo volumen es 48 m<sup>3</sup>. Calcule el volumen de la pirámide cuya base es una cara del cubo y su vértice es el centro del cubo.

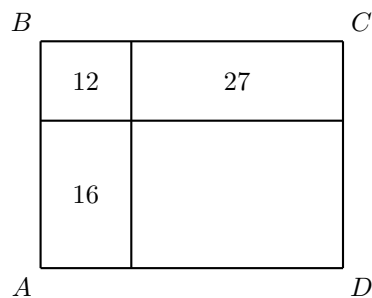


(A) 12 m<sup>3</sup> (B) 24 m<sup>3</sup> (C) 8 m<sup>3</sup> (D) 16 m<sup>3</sup> (E) 6 m<sup>3</sup>

- 5 Encuentre el **menor** número natural tal que la suma de sus dígitos es 13 y el producto de sus dígitos es 72. Dé como respuesta el resto de dividir dicho número entre 7.

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 1

- 6 Se divide un rectángulo  $ABCD$  en cuatro rectángulos más pequeños. Si las áreas de tres de ellos se indican en la figura. ¿Cuál es el área del rectángulo  $ABCD$ ?



(A) 88 (B) 91 (C) 80 (D) 86 (E) 84

- 7 El mes de febrero de cierto año tuvo exactamente 4 días viernes y exactamente 5 días lunes. ¿Cuántos días sábado hubo en ese mes?

(A) 5  
(B) 3  
(C) 6  
(D) 4  
(E) No se puede precisar porque hay varias posibles respuestas.

- 8 Tres amigos Miguel, Juan y Alberto se encontraron después de mucho tiempo. Cada uno se animó a adivinar y dijeron lo siguiente:

- Miguel dijo: “Los tres somos solteros”.
- Alberto dijo: “Soy el único soltero”.
- Juan dijo: “Alberto es casado”.

Resultó que ninguno acertó. Entonces podemos asegurar que:

(A) De los tres amigos exactamente dos son casados.  
(B) Miguel es soltero.  
(C) De los tres amigos exactamente uno es casado.  
(D) Juan es el único casado.  
(E) Juan es casado.

- 9 Sea  $d$  un dígito (entre 0 y 9, inclusive) para el cual se cumple que el dígito de las unidades del número  $14^{d+1} + 9^d$  es  $d$ . Calcule la suma de los dos últimos dígitos (unidades y decenas) del número  $\overline{dd}^{2020}$ .

(A) 7 (B) 11 (C) 8 (D) 9 (E) 10

**10** Los números reales  $\alpha$  y  $\beta$  cumplen las siguientes condiciones:

- La ecuación cuadrática  $x^2 + 3 = \alpha(x + 2)$  tiene dos raíces cuyo producto es  $\beta$ .
- La ecuación cuadrática  $x^2 + 9 = \beta(x - 1)$  tiene dos raíces cuyo producto es  $\alpha$ .

Calcule el valor de  $\alpha^2 + \beta^2$ .

- (A) 41      (B) 65      (C) 26      (D) 17      (E) 25

**11** Sea  $ABCDE$  un pentágono convexo tal que  $AB = AC$ ,  $\angle CAB = \angle EAD = 40^\circ$  y  $\angle AEC = \angle ADB = 44^\circ$ . Calcule la medida de  $\angle CED$ .

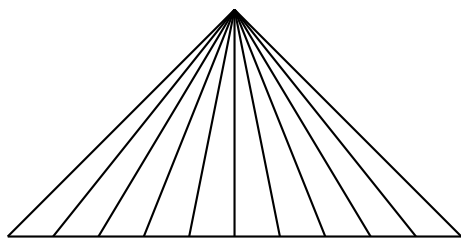
- (A)  $30^\circ$       (B)  $20^\circ$       (C)  $24^\circ$       (D)  $26^\circ$       (E)  $22^\circ$

**12** Determine cuántas soluciones reales tiene la siguiente ecuación:

$$\sqrt{2019 - 2020x} + \sqrt{2021x - 2020} = 1.$$

- (A) 4      (B) 1      (C) 0      (D) 3      (E) 2

**13** Un triángulo rectángulo isósceles ha sido dividido en 10 triángulos de igual área, tal como se muestra en la siguiente figura:



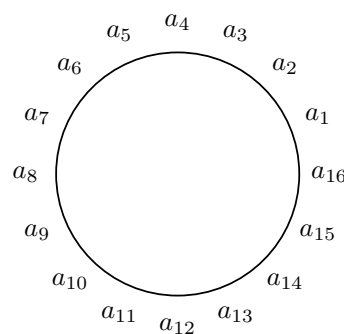
De los 55 triángulos que hay en la figura, ¿cuántos de ellos son acutángulos?

- (A) 15      (B) 30      (C) 25      (D) 12      (E) 24

**14** Cada lado de un cuadrado  $ABCD$  mide 50. En el interior de los lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  y  $DA$  se escogen los puntos  $E$ ,  $F$ ,  $G$  y  $H$ , respectivamente. Resulta que el cuadrilátero  $EFGH$  es un rectángulo, pero **no** es un cuadrado, cuya área es el número entero  $k$ . Determine cuántos valores puede tomar  $k$ .

- (A) 2500      (B) 624      (C) 625      (D) 1249      (E) 1250

**15** Los números reales  $a_1, a_2, \dots, a_{16}$  están ubicados alrededor de una circunferencia, en ese orden. Resulta que la suma de cualesquiera tres números adyacentes no es menor que 6 y que la suma de cualesquiera cinco números adyacentes no es mayor que 12. ¿Cuál es el mayor valor posible de la diferencia  $a_1 - a_2$ ?



- (A) 9      (B) 6      (C)  $\frac{9}{2}$       (D)  $\frac{16}{3}$       (E) 4