



Editorial
Binaria

VIII CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2020 - Primera Ronda Clasificatoria

CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- 1 La Línea 1 del metro de mi ciudad tiene 22 estaciones y 21 tramos (un tramo une cada estación con la siguiente). Cada tramo mide 800 m o 1500 m. Determine cuántos tramos miden 800 m si la longitud total de la Línea 1 es de 21 km.

(A) 17 (B) 15 (C) 13 (D) 6 (E) 8

- 2 ¿Cuántos números del conjunto $\{1, 2, \dots, 30\}$ se pueden expresar como el producto de dos números primos distintos?

(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 6 (E) 8

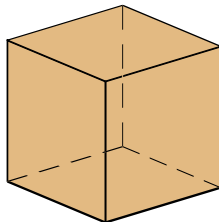
- 3 En la pizarra están escritos los primeros n números naturales:

$$1, 2, 3, \dots, n.$$

De esos números, se sabe que cuatro son múltiplos de 5 y once son múltiplos de 2. Determine **todos** los posibles valores de n .

(A) 22, 23 y 24 (B) 23 y 24 (C) 22 y 23
(D) 20, 21 y 22 (E) 21, 22 y 23

- 4 Considere los centros de cinco caras de un cubo cuyo volumen es 360 m^3 . Esos cinco puntos son los vértices de una pirámide cuya base es un cuadrilátero. Calcule el volumen de esa pirámide.

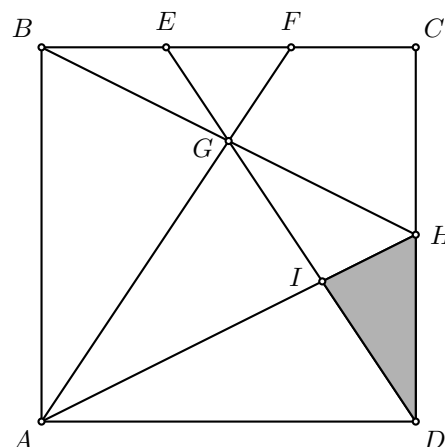


(A) 45 m^3 (B) 90 m^3 (C) 30 m^3 (D) 24 m^3 (E) 72 m^3

- 5 El producto de dos números enteros positivos es 5000. Determine el mayor valor posible del máximo común divisor de esos dos números.

(A) 20 (B) 125 (C) 50 (D) 10 (E) 100

- 6 Se muestra un cuadrado $ABCD$ tal que los puntos E y F dividen al lado BC en tres partes iguales.



Si el área sombreada mide 81 cm^2 . Calcule la longitud del segmento EF .

(A) 8 cm (B) 10 cm (C) 12 cm (D) 9 cm (E) 13,5 cm

- 7 Darío notó que el mes que nació tuvo 5 martes y 5 jueves. Con esta información podemos asegurar que:

(A) El mes que nació Darío tuvo 5 domingos.
(B) El mes que nació Darío tuvo 29 días.
(C) El mes que nació Darío tuvo 5 viernes.
(D) El mes que nació Darío tuvo 31 días.
(E) El mes que nació Darío tuvo 30 días.

- 8 Sea $a < 0$ un número entero para el cual la ecuación cúbica $x^3 + ax + 1 = 0$ tiene al menos una raíz entera. Calcule el valor de a .

(A) -1 (B) -2 (C) -5 (D) -4 (E) -3

- 9 Ana escribió en una lista todos los números naturales, en orden creciente, que cumplen que la suma o el producto de sus dígitos es igual a 4. Los primeros números de la lista de Ana son:

4, 13, 14, 22, 31, 40, 41, ...

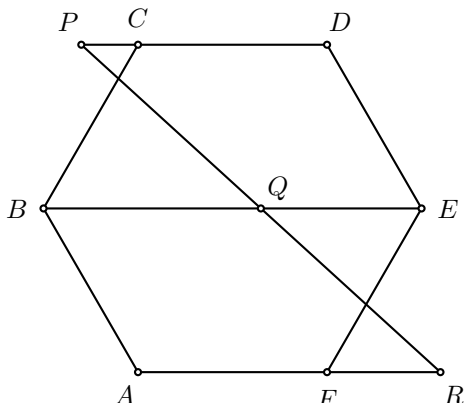
Es claro que el número 2020 pertenece a la lista de Ana. Supongamos que después de 2020, los números que aparecen en la lista son x, y, z , es decir, la lista es de la siguiente forma:

..., 2020, x, y, z, \dots

Calcule el valor de $z - x$.

(A) 99 (B) 89 (C) 10 (D) 90 (E) 11

- 10** En la siguiente figura, $ABCDEF$ es un hexágono regular. En la prolongación de DC se ubica el punto P y en la prolongación de AF se ubica el punto R . Sea Q el punto de intersección de los segmentos BE y PR . Si $PC = 3$, $BQ = 13$ y $FR = 5$, determine la longitud del segmento QE .



- (A) $\frac{21}{2}$ (B) 12 (C) 11 (D) 13 (E) $\frac{27}{2}$

- 11** Para cada entero positivo n , sea $S(n)$ la suma de los dígitos de n . Por ejemplo, $S(203) = 5$. Sean M y N números de tres dígitos cada uno, tales que $S(M) = S(N) = 18$. Determine cuántos valores puede tomar $S(M + N)$.
- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) Más de 5 (E) 4

- 12** Sea M el punto medio del lado CD de un trapecio $ABCD$, con BC paralelo a AD . Si $\angle AMB = 90^\circ$ entonces podemos asegurar que:

- (A) $\angle MBA = \angle MBC$.
 (B) $\angle AMD = \angle BMC$.
 (C) $ABCD$ es un trapecio isósceles.
 (D) $MB = MA$.
 (E) $ABCD$ es un rectángulo.

- 13** Indique la alternativa correcta con respecto a la siguiente ecuación:

$$2^{4^{8^x}} = 4^{8^{5^x}}$$

Aclaración: En el lado izquierdo el número es 2 elevado a la 4, elevado a la 8, elevado a la x . En el lado derecho el número es 4 elevado a la 8, elevado a la 5, elevado a la x .

- (A) La ecuación tiene exactamente una solución real y tal número es no negativo.
 (B) La ecuación tiene más de 2 soluciones reales.
 (C) La ecuación tiene exactamente una solución real y tal número es negativo.
 (D) La ecuación no tiene ninguna solución real.
 (E) La ecuación tiene exactamente dos soluciones reales.

- 14** Sea ABC un triángulo acutángulo en el que se trazaron las alturas AA_1 y BB_1 . Se sabe que el circuncentro del triángulo ABC pertenece al segmento A_1B_1 y, además, $\sin A = \frac{9}{10}$. Calcule el valor de $\sin B \cdot \cos C$.

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (B) $\frac{5}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{3}{5}$

- 15** En un campeonato de fútbol participaron cinco equipos. Cualquiera dos de los cinco equipos jugaron exactamente un partido. Al finalizar el campeonato, ocurrió que los puntajes de los equipos fueron cinco enteros positivos consecutivos. ¿Cuál es la menor cantidad posible de goles que hubo en todo el campeonato?

Aclaración: Cada equipo recibe 3 puntos por partido ganado, 1 punto por partido empatado y 0 puntos por partido perdido.

- (A) 5 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 4