VIII CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2020 - Segunda Ronda Clasificatoria

Cuarto y Quinto de Secundaria

Editorial Binaria

De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

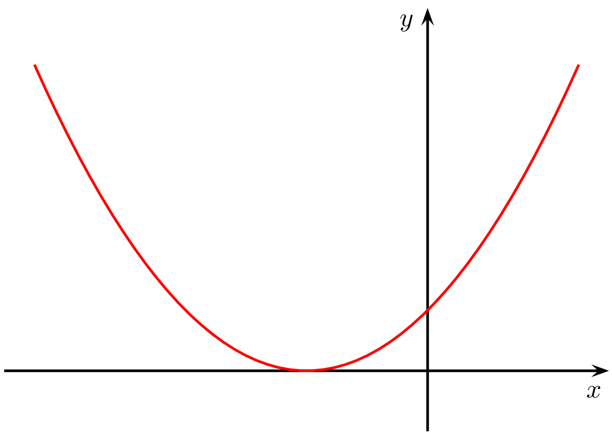
1 En una librería solo venden dos tipos de cuadernos, de 50 y 100 hojas, cada uno de los cuales pesa 80 y 150 gramos, respectivamente. Cierto día, Orlando compró 35 cuadernos en esa librería, y resultó que el peso de todos sus cuadernos fue de 4,2 kg. ¿Cuántos cuadernos de 50 hojas compró Orlando?

(A) 12 (B) 20 (C) 10 (D) 15 (E) 25

2 En una bolsa negra hay 11 esferas rojas, 6 esferas verdes y 8 esferas azules. ¿Cuántas esferas se deben extraer al azar (sin ver), como mínimo, para estar seguros de haber extraído al menos 2 esferas que no sean azules?

(A) 14 (B) 8 (C) 10 (D) 3 (E) 9

3 Determine para qué número real a se cumple que la gráfica de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + x + 1$ tiene la siguiente forma:



(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) -1

4 En la sucesión $a_1, a_2, \ldots, a_9$ se cumple que $|a_{i+1} - a_i| = 1$ para todo $i = 1, 2, \ldots, 8$. Además, se cumple que a_1, a_5, a_9 es una progresión geométrica estrictamente creciente. Si $a_1 = 2$, ¿cuál es el mayor valor posible de $a_4 + a_7$?

(A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 10 (E) 7

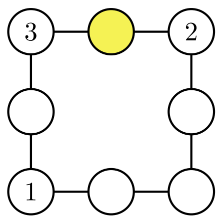
5 En un plano están trazadas 7 rectas paralelas. Se quiere trazar 7 rectas más de tal forma que entre las 14 rectas no haya tres rectas que pasen por el mismo punto. Determine como máximo cuántos puntos de intersección puede haber considerando las 14 rectas.

(A) 49 (B) 56 (C) 70 (D) 63 (E) 91

6 Dado un polígono regular de 13 lados $A_1A_2A_3 \ldots A_{13}$. ¿Qué ángulo agudo forman las rectas A_2A_6 y A_9A_{11}?

(A) $\frac{90°}{13}$ (B) $\frac{180°}{13}$ (C) $\frac{720°}{13}$ (D) $\frac{360°}{13}$ (E) $\frac{540°}{13}$

7 En los círculos debemos escribir los números $1, 2, \ldots, 8$ en algún orden, de modo que la suma de los números en cualesquiera tres círculos alineados es la misma. Si ya hemos escrito tres números, ¿qué número debe ir escrito en el círculo amarillo?



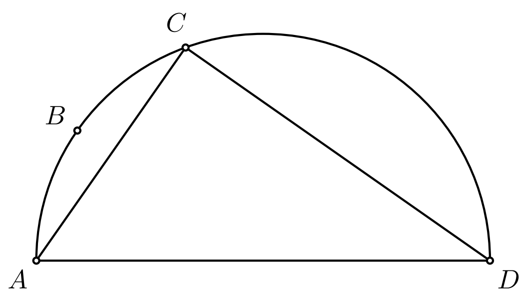
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

8 Sea a un número real tal que $a^3 + a - 1 = 0$, calcule el valor de:

$$\frac{a^4 + a^3 + a^2 + 9}{a^5 - a^2 - a + 6}.$$

(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{11}{5}$ (D) 2 (E) 3

9 En la figura se muestra una semicircunferencia de diámetro AD y B es el punto medio del arco AC. Si $CD = 8$ y la distancia de B a la recta AC es 1, calcule la longitud del segmento AC.



(A) 4 (B) 8 (C) 6 (D) $4\sqrt{2}$ (E) 5

10 Sea x un número real tal que $0 \leq x \leq 1$. Halle la cantidad de valores distintos que puede tomar la siguiente expresión:

$$A = \lfloor x \rfloor + \lfloor 2x \rfloor + \lfloor 3x \rfloor.$$

Aclaración: Para cada número real a, $\lfloor a \rfloor$ denota al mayor entero que es menor o igual que a. Por ejemplo, $\lfloor 0 \rfloor = 0$, $\left\lfloor \frac{7}{2} \right\rfloor = 3$ y $\lfloor \pi + 1 \rfloor = 4$.

(A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 7 (E) 5

11 En cada casilla de un tablero de 5×8 se escribe el número 1 o el 2. Para cada fila y cada columna se calcula la suma de los números en todas sus casillas. En total son 13 sumas. Por ejemplo, para el tablero mostrado, las 13 sumas son: 10, 9, 9, 8, 9, 5, 5, 5, 7, 5, 8, 5 y 5.

1	1	1	2	1	2	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1
1	1	1	1	1	2	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	2	1	1	1	1

¿Como máximo cuántas de esas 13 sumas son números primos?

(A) 12 (B) 11 (C) 8 (D) 10 (E) 13

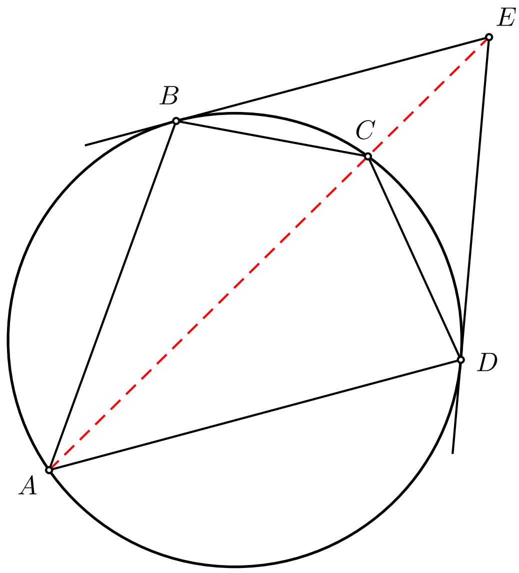
12 Sea ABC un triángulo tal que $AB = 7$, $AC = 10$ y $BC = 11$. Sea D un punto del segmento AB y E un punto del segmento AC, tales que $BD = DE = EA = x$. Calcule el valor de x.

(A) $\frac{27}{5}$ (B) 5 (C) 4 (D) $\frac{11}{2}$ (E) $\sqrt{24}$

13 Sean a, b, c, d números reales positivos tales que $a + 2b = 1$ y $c + 2d = 1$. Halle el menor valor posible de $\frac{1}{a} + \frac{1}{bcd}$.

(A) 16 (B) 27 (C) 30 (D) 34 (E) 25

14 En la figura se muestra un cuadrilátero $ABCD$ inscrito en una circunferencia. Las rectas tangentes a esa circunferencia en los puntos B y D se intersecan en E. Se sabe que $AB = 6$, $BC = 3$, $CD = 4$ y, además, los puntos A, C y E son colineales. Calcule el área del cuadrilátero $ABCD$.



(A) $\frac{11\sqrt{13}}{2}$ (B) $6\sqrt{10}$ (C) $\frac{11\sqrt{39}}{3}$

(D) $\frac{15\sqrt{39}}{4}$ (E) $8\sqrt{10}$

15 Sean a, b y c números enteros tales que $a + b + c = 3$ y $a^3 + b^3 + c^3 = 3$. Halle el máximo valor posible de $a^2 + b^2 + c^2$ y dé como respuesta el resto de dividir dicho número entre 11.

(A) 7 (B) 4 (C) 2 (D) 5 (E) 9