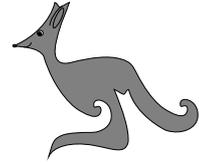


# CANGURO MATEMÁTICO 2015

## TERCERO DE SECUNDARIA



---

### INDICACIONES

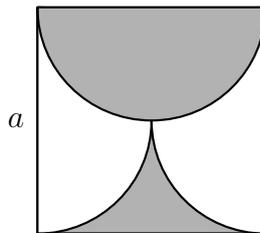
- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
  - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
  - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
  - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

- 
1. ¿Cuál es el dígito de las unidades del número  $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$ ?  
(A) 1                      (B) 5                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 9
  2. Una mamá lavó la ropa y colgó todos los polos en línea. Luego, ella le pidió a su hijo que colocara una media entre cada dos polos consecutivos. Ahora hay 29 prendas de ropa colgadas. ¿Cuántos polos hay?  
(A) 10                      (B) 11                      (C) 13                      (D) 14                      (E) 15
  3. Hay 33 niños en una clase. Sus cursos favoritos son Computación y Educación Física. A 3 niños les gusta ambos cursos. El número de niños que les gusta solo Computación es el doble del número de niños que les gusta solo Educación Física. ¿A cuántos niños les gusta Computación?  
(A) 15                      (B) 18                      (C) 20                      (D) 22                      (E) 23
  4. ¿Cuál de los siguientes números no es ni un cuadrado ni un cubo perfecto?  
(A)  $6^{13}$                       (B)  $5^{12}$                       (C)  $4^{11}$                       (D)  $3^{10}$                       (E)  $2^9$

5. Tres hermanas: Ana, Beth y Cindy compraron una bolsa de 30 galletas y cada una recibió 10 galletas. Sin embargo, Ana pagó 80 centavos, Beth 50 y Cindy 20. Si ellas hubieran dividido las galletas proporcionalmente al precio pagado, ¿cuántas galletas más debería haber recibido Ana?
- (A) 10                      (B) 9                      (C) 8                      (D) 7                      (E) 6
6. Una planta tiene 10 ramas. Hay dos tipos de rama: las que tienen 5 hojas y las que tienen 2 hojas y 1 flor. ¿Cuál de las siguientes alternativas puede ser la cantidad total de hojas que tiene la planta?

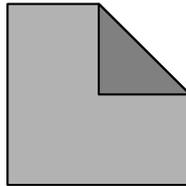


- (A) 45                      (B) 39                      (C) 37                      (D) 31                      (E) Ninguna de las alternativas.
7. La parte sombreada del cuadrado de lado  $a$  está delimitada por una semicircunferencia y dos cuartos de circunferencia. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

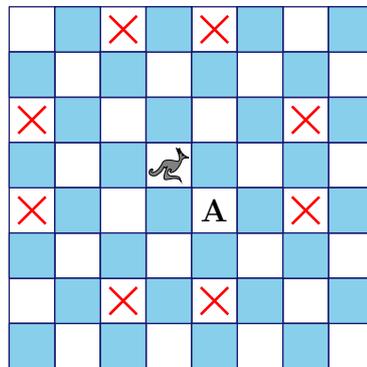


- (A)  $\pi \frac{a^2}{8}$                       (B)  $\frac{a^2}{2}$                       (C)  $\pi \frac{a^2}{2}$                       (D)  $\frac{a^2}{4}$                       (E)  $\pi \frac{a^2}{4}$
8. La cantidad de ángulos rectos de un pentágono convexo es  $n$ . ¿Cuál es la lista completa de posibles valores de  $n$ ?
- (A) 1, 2, 3                      (B) 0, 1, 2, 3, 4                      (C) 0, 1, 2, 3                      (D) 0, 1, 2                      (E) 1, 2
9. El producto de las edades de un padre y su hijo es 2015 (las edades son números enteros). ¿Cuál es la diferencia de sus edades?
- (A) 26                      (B) 29                      (C) 31                      (D) 34                      (E) 36
10. El señor Velázquez compró 100 velas. Él encendió una vela cada día y siempre que era posible hacía una nueva vela utilizando la cera de siete velas usadas. ¿Después de cuántos días tendrá que ir nuevamente a comprar velas?
- (A) 112                      (B) 114                      (C) 115                      (D) 116                      (E) 117
11. Si las raíces de la ecuación  $x^2 - 85x + c = 0$  son números primos, calcule la suma de los dígitos de  $c$ .
- (A) 12                      (B) 13                      (C) 14                      (D) 15                      (E) 21

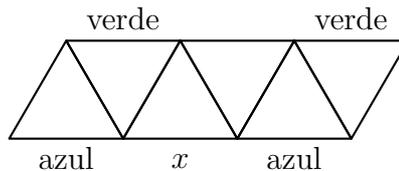
12. ¿Cuál de las siguientes alternativas es un contraejemplo de la proposición: «Si  $n$  es primo entonces exactamente uno de los números  $n - 2$  y  $n + 2$  es primo»?
- (A)  $n = 11$       (B)  $n = 19$       (C)  $n = 21$       (D)  $n = 29$       (E)  $n = 37$
13. ¿Cuántos números de dos dígitos pueden ser escritos como la suma de exactamente seis potencias diferentes de 2? (Considere que las potencias de 2 son  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ )
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4
14. Una esquina de un cuadrado de papel es doblada hasta que el vértice toque el centro para formar un pentágono irregular. Las áreas del pentágono y del cuadrado son enteros consecutivos. ¿Cuál es el área del cuadrado?



- (A) 2      (B) 4      (C) 8      (D) 16      (E) 32
15. Una nueva pieza de ajedrez llamada “canguro” ha sido creada. En cada movimiento, ésta salta 3 cuadrados verticalmente y 1 horizontalmente, o 3 cuadrados horizontalmente y 1 verticalmente, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el mínimo número de movimientos que el canguro necesita para ir desde su posición actual hasta el cuadrado marcado con **A**?

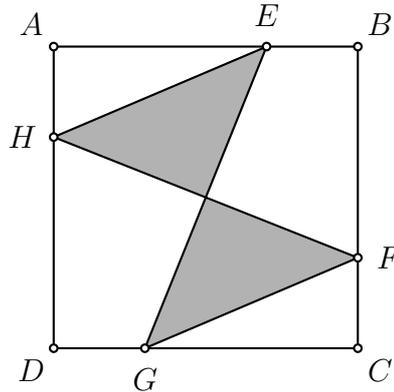


- (A) 2      (B) 3      (C) 4      (D) 5      (E) 6
16. El diagrama indica los colores de algunos segmentos unitarios. Luis quiere colorear cada segmento unitario restante de rojo, azul o verde. Cada triángulo debe tener un lado de cada color. ¿Qué color puede usar para el segmento marcado con  $x$ ?

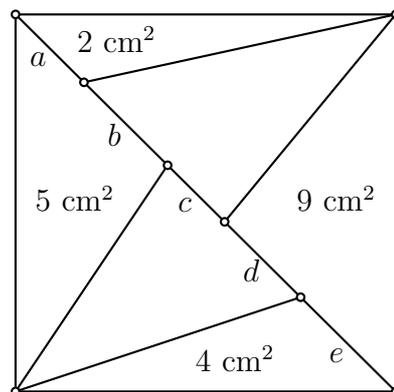


- (A) solo verde      (B) solo rojo      (C) solo azul  
 (D) rojo o azul      (E) Lo pedido es imposible.

17. El cuadrado  $ABCD$  tiene área 80. Los puntos  $E, F, G$  y  $H$  están en los lados del cuadrado tales que  $AE = BF = CG = DH$ . Si  $AE = 3EB$ , ¿cuánto mide el área sombreada?



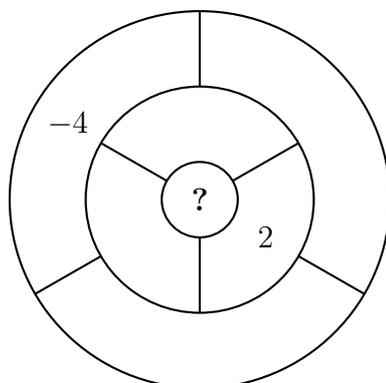
- (A) 20                      (B) 25                      (C) 30                      (D) 35                      (E) 40
18. Durante una tormenta, cayeron 15 litros de agua por metro cuadrado. ¿En cuánto aumentó el nivel del agua de una piscina al aire libre?
- (A) 150 cm                      (B) 0,15 cm                      (C) 15 cm  
(D) 1,5 cm                      (E) Depende de la medida de la piscina.
19. Irina le preguntó a 5 de sus alumnos cuántos de ellos habían estudiado el día anterior. Paul dice ninguno, Berta dice solo uno, Omar dice exactamente dos, Eugenio dice exactamente tres y Gerard dice exactamente cuatro. Irina sabe que los alumnos que no han estudiado no están diciendo la verdad, pero quien ha estudiado sí dice la verdad. ¿Cuántos de estos alumnos han estudiado el día anterior?
- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4
20. En un cuadrado de área  $30 \text{ cm}^2$  se trazó una diagonal y luego cada parte se dividió en tres triángulos, como se muestra en la figura. Las áreas de algunos de estos triángulos están indicadas en la figura.



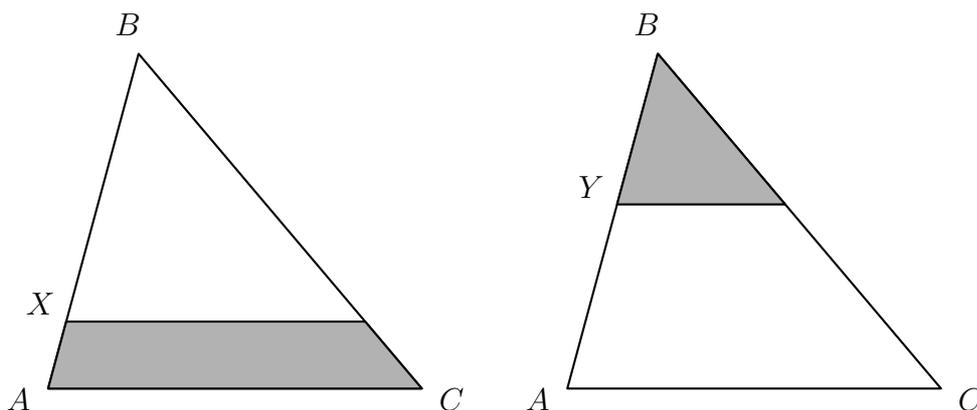
¿Cuál de los siguientes segmentos es el mayor?

- (A)  $a$                       (B)  $b$                       (C)  $c$                       (D)  $d$                       (E)  $e$

21. Ria quiere escribir un número en cada una de las regiones de la figura. Dos regiones son vecinas si comparten parte de su borde. El número en cada región es igual a la suma de los números de todas sus regiones vecinas. Ria ya ha escrito dos números, como se muestra. ¿Qué número debe estar escrito en la región central?



- (A) 1                      (B) -2                      (C) 6                      (D) -4                      (E) 0
22. En el triángulo  $ABC$ , podemos dibujar una línea paralela a su base  $AC$ , a través del punto  $X$  o a través del punto  $Y$ . Las áreas de las regiones sombreadas son iguales. Si  $\frac{BX}{XA} = 4$ , determine el valor de  $\frac{BY}{YA}$ .



- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D)  $\frac{3}{2}$                       (E)  $\frac{4}{3}$
23. En el trapecio  $PQRS$ , los lados  $PQ$  y  $SR$  son paralelos. El ángulo  $RSP$  es  $120^\circ$  y  $RS = SP = \frac{1}{3}PQ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $PQR$ ?
- (A)  $15^\circ$                       (B)  $22,5^\circ$                       (C)  $25^\circ$                       (D)  $30^\circ$                       (E)  $45^\circ$
24. ¿De cuántas maneras se pueden escoger los dígitos diferentes  $a$ ,  $b$  y  $c$  tales que  $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$  ?
- (A) 84                      (B) 96                      (C) 125                      (D) 201                      (E) 502
25. Cinco enteros positivos (no necesariamente distintos) son escritos en cinco cartas. Peter calcula la suma de los números de cada par de cartas y obtiene solo tres resultados diferentes: 57, 70 y 83. ¿Cuál es el mayor número que aparece en las cartas?
- (A) 35                      (B) 42                      (C) 48                      (D) 53                      (E) 82

26. Diez números reales diferentes son anotados en un papel. Cualquier número que sea igual al producto de los otros nueve números es subrayado. ¿Cuántos números pueden ser subrayados como máximo?
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 9                      (E) 10
27. En un grupo de canguros, los dos canguros más livianos pesan el 25 % del peso total del grupo. Los tres canguros más pesados pesan el 60 % del total. ¿Cuántos canguros hay en el grupo?
- (A) 6                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 15                      (E) 20
28. Mary divide 2015 entre todos los números 1, 2, 3, ..., 1000, obteniendo así 1000 residuos. ¿Cuál es el mayor de estos residuos?
- (A) 15                      (B) 215                      (C) 671                      (D) 1007                      (E) Algún otro valor
29. En la pizarra están escritos los primeros  $n$  enteros positivos: 1, 2, 3, ...,  $n$ . Cuando uno de ellos fue borrado, el promedio de los números restantes resultó 4.75. ¿Qué número fue borrado?
- (A) 5                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9                      (E) imposible determinar
30. Cinco puntos están en una recta. Alex halló las distancias entre cada pareja de puntos y obtuvo, en orden creciente: 2, 5, 6, 8, 9,  $k$ , 15, 17, 20 y 22. ¿Cuál es el valor de  $k$ ?
- (A) 10                      (B) 11                      (C) 12                      (D) 13                      (E) 14

Perú, 11 de abril de 2015.

