

CANGURO MATEMÁTICO 2014

CUARTO DE SECUNDARIA



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DEL PERÚ

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS y marque su CÓDIGO en los espacios destinados para este fin.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
 - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
 - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
 - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

1. La coneja Vania come lechugas y zanahorias. Cada día, ella come 10 zanahorias ó 2 lechugas. La semana pasada Vania comió 6 lechugas. ¿Cuántas zanahorias comió durante esa semana?

- (A) 20 (B) 30 (C) 34 (D) 40 (E) 50

2. ¿Qué número está entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$?

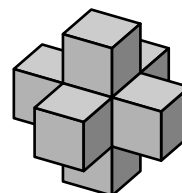
- (A) $\frac{11}{15}$ (B) $\frac{7}{8}$ (C) $\frac{9}{14}$ (D) $\frac{6}{15}$ (E) $\frac{5}{8}$

3. Si $a^b = \frac{1}{2}$, ¿cuál es el valor de a^{-3b} ?

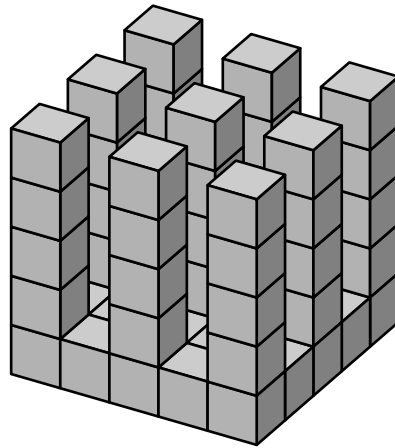
- (A) $\frac{1}{8}$ (B) 8 (C) -8 (D) 6 (E) $\frac{1}{6}$

4. George construyó la siguiente figura usando 7 cubos unitarios. ¿Cuántos cubos tiene que agregar a la figura para formar un cubo de lado 3 ?

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 (E) 20

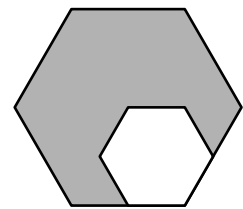


5. Cada año en Australia, la fecha de la competencia del Canguro es el tercer jueves de marzo. ¿Cuál es la menor fecha que puede tener la competencia en un año?
- (A) 14 de marzo (B) 15 de marzo (C) 20 de marzo
 (D) 21 de marzo (E) 22 de marzo
6. Luego de factorizar (si es posible) cada una de las siguientes expresiones, indique cuál no contiene al factor $b + 1$.
- (A) $2b + 2$ (B) $b^2 - 1$ (C) $b^2 + b$ (D) $-1 - b$ (E) $b^2 + 1$
7. Si quitas cierta cantidad de cubitos unitarios de un cubo de lado 5, terminas con una figura sólida que consiste de columnas de la misma altura, que están sobre la misma base de cubitos (ver figura).

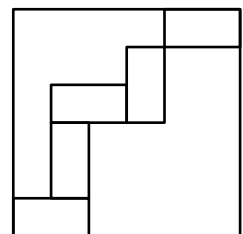


¿Cuántos cubitos unitarios has quitado?

- (A) 56 (B) 60 (C) 64 (D) 68 (E) 80
8. La longitud de los lados del hexágono regular grande es dos veces la longitud de los lados del hexágono regular pequeño. El hexágono regular pequeño tiene un área de 4 cm^2 . ¿Cuál es el área del hexágono más grande?



- (A) 16 cm^2 (B) 14 cm^2 (C) 12 cm^2 (D) 10 cm^2 (E) 8 cm^2
9. Cinco rectángulos iguales son colocados dentro de un cuadrado de lado 24 cm , tal como se muestra en el diagrama. ¿Cuál es el área de uno de los rectángulos?



- (A) 12 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 18 cm^2 (D) 24 cm^2 (E) 32 cm^2
10. En el número 2014 se cumple que el último dígito es mayor que la suma de los otros tres dígitos. ¿Hace cuántos años ocurrió lo mismo por última vez?
- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

11. Ana ha caminado 8 km a una velocidad de 4 km/h. Ahora, ella correrá algún tiempo con una velocidad de 8 km/h. ¿Cuánto tiempo tiene que correr para, en total, tener una velocidad promedio de 5 km/h ?
 (A) 15 minutos (B) 20 minutos (C) 30 minutos (D) 35 minutos (E) 40 minutos
12. Tenemos un dado especial que tiene escrito un número en cada una de sus caras. Los números que pertenecen a caras opuestas siempre suman lo mismo. Sabemos que los números 35, 18 y 14 están escritos en caras que tienen un vértice en común. Además, los números de las tres caras restantes son todos números primos. ¿Qué número se opone al 14 ?
 (A) 11 (B) 13 (C) 17 (D) 19 (E) 23
13. El collar de la figura contiene perlas grises y blancas.

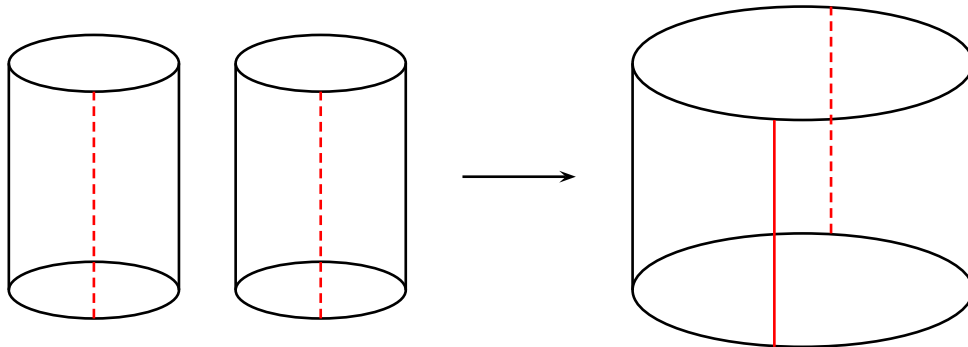


- Ángel saca una perla después de otra del collar. Él siempre saca una perla desde uno de los extremos. Ángel se detiene tan pronto como ha sacado la quinta perla gris. ¿Cuál es el mayor número de perlas blancas que Ángel puede sacar?
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
14. El promedio de dos números enteros positivos es 30% menos que uno de ellos. ¿Qué porcentaje es mayor el promedio con respecto al otro número?
 (A) 75% (B) 70% (C) 30% (D) 25% (E) 20%
15. Nicolás ha escrito cada uno de los números desde el 1 al 9 en las casillas de un tablero de 3×3 . Él empezó colocando los números del 1 al 4 como se muestra en la figura.

1		3
2		4

- Dos números son considerados vecinos si sus casillas tienen un lado en común. Después de colocar todos los números Nicolás nota que la suma de los vecinos de 9 es 15. ¿Cuál es la suma de los vecinos de 8 ?
 (A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 26 (E) 27
16. Los canguros A , B , C , D y E están sentados en sentido horario alrededor de una mesa circular. Exactamente cuando suena la campana, cada canguro excepto uno intercambia posiciones con un vecino. La posición resultante, en sentido horario y empezando con A , es A , E , B , D , C . ¿Qué canguro no se movió?
 (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

17. Dos cilindros idénticos son cortados y abiertos a lo largo de las líneas pintadas; además, son unidos para formar un cilindro más grande como se ve en la figura. ¿Qué podemos afirmar acerca del volumen del cilindro grande comparado con el volumen de uno de los cilindros más pequeños?

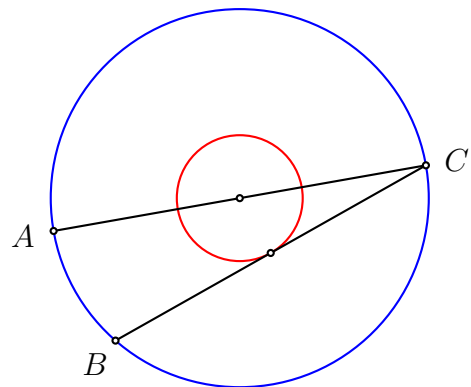


- (A) Tiene 2 veces el volumen. (B) Tiene 3 veces el volumen.
 (C) Tiene π veces el volumen. (D) Tiene 4 veces el volumen.
 (E) Tiene 8 veces el volumen.
18. En una isla, las ranas son azules o verdes. La cantidad de ranas azules aumentó en 60%, mientras que la cantidad de ranas verdes disminuyó en 60%. Este cambio hizo que la nueva razón entre ranas azules y verdes sea igual a la razón que había entre ranas verdes y azules antes de que se den esos cambios. ¿En qué porcentaje la cantidad total de ranas cambió?

- (A) 0% (B) 20% (C) 30% (D) 40% (E) 50%

19. Las dos circunferencias mostradas tienen el mismo centro, y el radio de una es el triple del radio de la otra.

AC es un diámetro de la circunferencia grande; BC es una cuerda de la circunferencia grande la cual es tangente a la más pequeña; y la longitud de AB es 12. Entonces, el radio de la circunferencia grande es



- (A) 13 (B) 18 (C) 21 (D) 24 (E) 26

20. Una antigua balanza no está funcionando correctamente. Si algo pesa menos de 1000 g, la balanza muestra el peso correcto. Sin embargo, si algo pesa más o igual a 1000 g, la balanza puede mostrar cualquier número mayor a 1000 g. Tenemos 5 pesas de A g, B g, C g, D g y E g todas menores a 1000 g. Cuando son pesadas en parejas, la balanza muestra lo siguiente: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$ y $A + E = 700$. ¿Cuál tiene el mayor peso?

Aclaración: 1 g quiere decir 1 gramo.

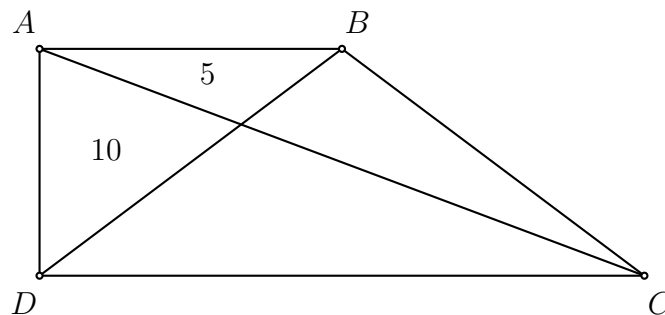
- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

21. Los números a , b y c son no nulos y n es un entero positivo. Se sabe que los números $(-2)^{2n+3}a^{2n+2}b^{2n-1}c^{3n+2}$ y $(-3)^{2n+2}a^{4n+1}b^{2n+5}c^{3n-4}$ tienen el mismo signo. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es definitivamente verdadera?
- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $a < 0$ (E) $b < 0$

22. Los lados de un rectángulo miden 6 cm y 11 cm. Se selecciona uno de los lados más largos. Se trazan las bisectrices de los ángulos ubicados en los extremos de ese lado. Estas bisectrices dividen al otro lado más largo en tres segmentos. ¿Cuáles son las longitudes de esos segmentos?
- (A) 1 cm, 9 cm, 1 cm (B) 2 cm, 7 cm, 2 cm (C) 3 cm, 5 cm, 3 cm
 (D) 4 cm, 3 cm, 4 cm (E) 5 cm, 1 cm, 5 cm

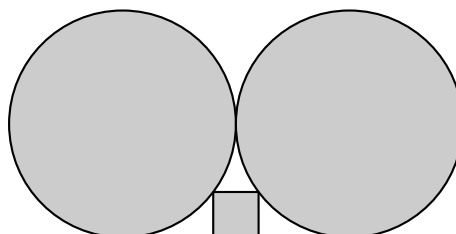
23. La ecuación $k = (2014 + m)^{\frac{1}{n}} = 1024^{\frac{1}{n}} + 1$ se cumple para los enteros positivos k , m y n . ¿Cuántos valores diferentes puede tomar m ?
- (A) Ninguno (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Infinitos

24. El cuadrilátero $ABCD$ tiene ángulos rectos solo en los vértices A y D . En la figura, los números muestran las áreas de dos de los triángulos. ¿Cuál es el área de $ABCD$?



- (A) 60 (B) 45 (C) 40 (D) 35 (E) 30

25. Un cuadrado encaja perfectamente entre la línea horizontal y dos circunferencias tangentes de radio 1.



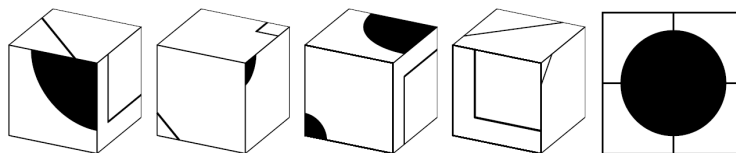
¿Cuál es la longitud de su lado?

- (A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$

26. Varios enteros positivos diferentes son escritos en la pizarra. Exactamente, 2 de ellos son divisibles por 2 y exactamente 13 de ellos son divisibles por 13. Sea M el mayor de estos números. ¿Cuál es el menor valor posible que puede tomar M ?

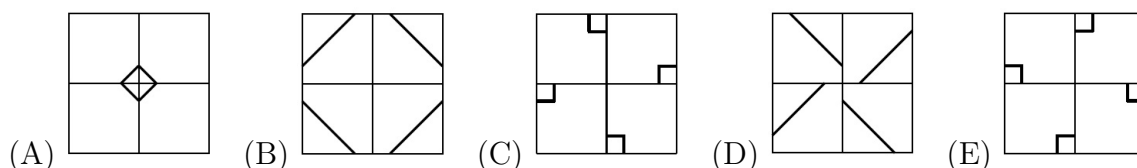
(A) 169 (B) 260 (C) 273 (D) 299 (E) 325

27. Tenemos 4 cubos idénticos que se muestran a continuación desde diferentes ángulos.



Ellos son reordenados de tal manera que un gran círculo negro aparece en una de las caras, como se muestra en la segunda figura.

¿Qué se puede ver en la cara opuesta?



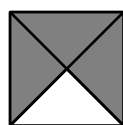
28. En Fabulandia, después de cada día soleado, hay inmediatamente dos días lluviosos consecutivos. Además, 5 días después de un día lluvioso, hay otro día lluvioso. Si está soleado hoy. ¿Como máximo para cuántos días consecutivos podemos predecir el clima con certeza?

(A) 1 día (B) 2 días (C) 4 días (D) No podemos predecir ningún día
(E) Podemos predecir el clima de cualquier día a partir de mañana

29. Hay 2014 personas en una fila. Cada una de ellas es o bien un mentiroso (quien siempre miente) o bien un caballero (quien siempre dice la verdad). Cada persona dice: Hay más mentirosos a mi izquierda que caballeros a mi derecha. ¿Cuántos mentirosos hay en la fila?

(A) 0 (B) 1 (C) 1007 (D) 1008 (E) 2014

30. Un cuadrado de 5×5 ha sido construido usando 25 fichas de 1×1 , todas con el mismo patrón, como se muestra en la imagen. Cada ficha está conformada por tres triángulos negros y uno blanco. Para cada dos fichas adyacentes, es decir, que compartan un lado, los triángulos correspondientes que tienen ese lado en común son del mismo color. El perímetro del cuadrado de 5×5 consiste de 20 segmentos de longitud 1, los que pertenezcan a un triángulo negro serán llamados *segmentos negros* y los que pertenezcan a uno blanco, *segmentos blancos*. ¿Cuál es el menor número de segmentos negros (de longitud 1) que puede haber en el perímetro?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8