

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS y marque su CÓDIGO en los espacios destinados para este fin.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: **1 hora y 30 minutos**.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
 - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
 - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
 - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

1. Calcular el valor de:

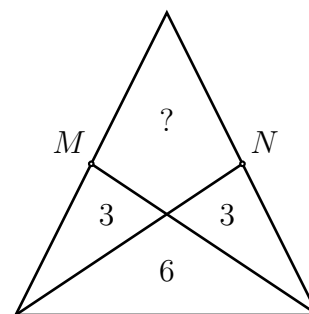
$$11,11 - 1,111$$

- (A) 9.009 (B) 9.0909 (C) 9.99 (D) 9.999 (E) 10

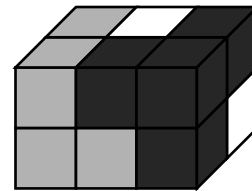
2. En la figura mostrada, M y N son los puntos medios de los lados iguales de un triángulo isósceles.

¿Cuánto vale el área del cuadrilátero marcado con un signo de interrogación?

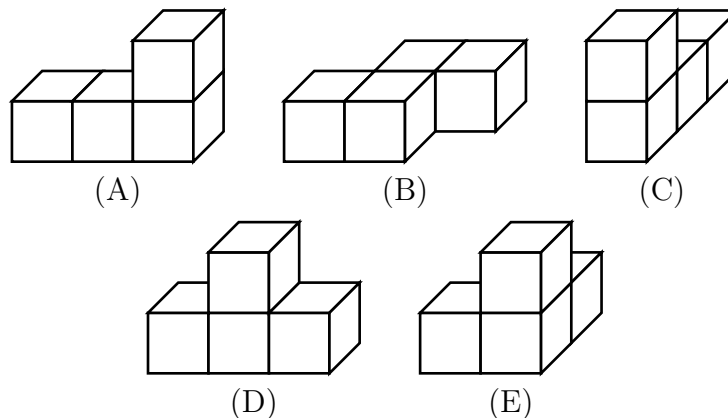
- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 7 (E) 6



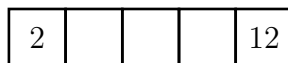
3. Un paralelepípedo ha sido construido con tres piezas (vea la figura). Cada pieza consiste de 4 cubitos del mismo color.



¿Cómo se ve la pieza que está formada por cubitos blancos?

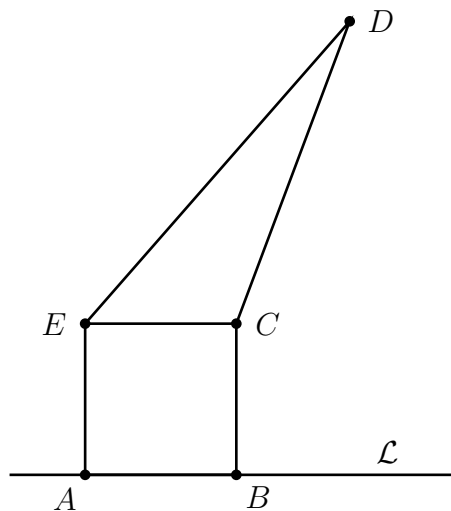


4. En una lista de cinco números, el primer número es 2 y el último es 12. El producto de los tres primeros números es 30, el producto de los tres centrales es 90, y el producto de los tres últimos es 360. ¿Cuál es el número que está en el centro de la lista?



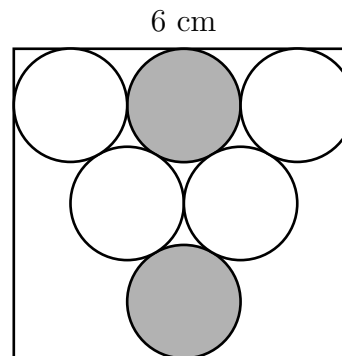
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 10
5. Al sumar los dígitos de un número de 7 dígitos se obtuvo 6, ¿cuál es el producto de esos 7 dígitos?
- (A) 0 (B) 6 (C) 7 (D) 7! (E) 5
6. Un triángulo rectángulo tiene catetos que miden 6 y 8, si K, L, M son los puntos medios de sus lados, calcula el perímetro del triángulo KLM .
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 24
7. Mi edad es un número de dos dígitos que es una potencia de 5, y la edad de mi primo es un número de dos dígitos que es una potencia de 2. La suma de los cuatro dígitos usados en nuestras edades es un número impar. Calcula el producto de esos cuatro dígitos.
- (A) 240 (B) 2010 (C) 60 (D) 50 (E) 300

8. El cuadrado $ABCE$ tiene lado 4 cm y tiene la misma área que el triángulo ECD . ¿Cuál es la distancia del punto D a la recta \mathcal{L} ?
- (A) 8 cm (B) $(4 + 2\sqrt{3})$ cm
 (C) 12 cm (D) $10\sqrt{2}$ cm
 (E) Depende de la ubicación de D .



9. En cuatro de las siguientes expresiones podemos reemplazar cada número 8 por otro entero positivo (usando el mismo número en cada reemplazo) y obtener siempre el mismo resultado. ¿Cuál expresión no tiene esa propiedad?
- (A) $(8 + 8 - 8) \div 8$ (B) $8 + (8 \div 8) - 8$ (C) $8 \div (8 + 8 + 8)$
 (D) $8 - (8 \div 8) + 8$ (E) $8 \times (8 \div 8) \div 8$
10. Cuando los números 144 y 220 son divididos por el entero positivo x se obtiene en ambos casos el resto 11. Halla x .
- (A) 7 (B) 11 (C) 15 (D) 19 (E) 38
11. Si Alberto se para sobre la mesa y Miguel se para sobre el piso, Alberto es 80 cm más alto que Miguel. Si Miguel se para sobre la mesa y Alberto sobre el piso, Miguel es un metro más alto que Alberto. ¿Cuál es la altura de la mesa?
- (A) 20 cm (B) 80 cm (C) 90 cm (D) 100 cm (E) 120 cm

12. En un rectángulo se han ubicado 6 discos circulares iguales. Si uno de los lados del rectángulo mide 6 cm (como se muestra en la figura), ¿cuál es la distancia más corta entre los dos discos sombreados?



- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3} - 2$ (D) $\frac{\pi}{2}$ (E) 2

13. En la habitación de Billy hay un reloj en cada una de las cuatro paredes, algunos de ellos están atrasados y todos los otros adelantados. El primer reloj está mal por 2 minutos, el segundo reloj por 3 minutos, el tercero por 4 minutos y el cuarto por 5 minutos. En cierta ocasión Billy quería saber la hora real usando sus relojes y vio las siguientes horas (no necesariamente en ese orden):

2 : 54 2 : 57 3 : 02 3 : 03

¿Cuál es la hora real?

- (A) 3 : 00 (B) 2 : 57 (C) 2 : 58 (D) 2 : 59 (E) 3 : 01

14. En Eslovaquia los exámenes se califican con los números 1, 2, 3, 4 y 5, siendo 1 la mejor nota. A un salón de clases no les fue bien en un examen: el promedio de las notas de todos los alumnos fue igual a 4. Por otro lado, se sabe que el promedio de las notas de los hombres fue 3.6, mientras que el promedio de las notas de las mujeres fue 4.2. ¿Cuál de las siguientes alternativas es correcta?

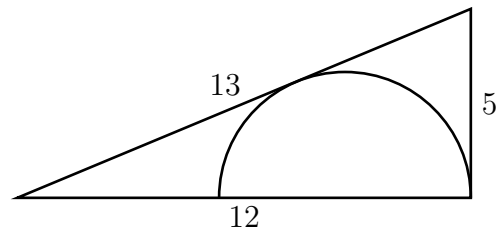
- (A) El número de hombres es el doble del número de mujeres.
 (B) El número de hombres es el cuádruple del número de mujeres.
 (C) El número de mujeres es el doble del número de hombres.
 (D) El número de mujeres es el cuádruple del número de hombres.
 (E) El número de mujeres es igual al número de hombres.

15. ¿Cuántos números de cuatro dígitos tienen un 3 en el lugar de las centenas y cumplen que la suma de los otros tres dígitos es 3?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

16. En la figura se muestra un triángulo rectángulo de lados 5, 12 y 13. ¿Cuánto mide el radio de la semicircunferencia inscrita?

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) 4 (D) $\frac{13}{3}$ (E) $\frac{17}{3}$



17. En cada casilla del siguiente tablero se debe escribir un número entre 1 y 9, de tal forma que las tres filas tengan la misma suma de elementos, y las cuatro columnas también tengan igual suma de elementos. Algunos de los números ya fueron escritos, ¿qué número debe ser escrito en la casilla sombreada?

2	4		2
	3	3	
6		1	

- (A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

18. Hugo, Paco y Luis son tres atletas que participan en una maratón. Antes de que empiece la carrera, cuatro espectadores discutieron acerca de las posibilidades que tienen los atletas para ganar:

- El primer espectador dijo: « O bien Hugo o bien Paco va a ganar».
- El segundo dijo: « Si Paco es el segundo, Luis ganará ».
- El tercero dijo: « Si Paco es el tercero, Hugo no ganará ».
- El cuarto dijo: « O bien Paco o bien Luis quedará en segundo lugar ».

Después de la carrera, los espectadores se dieron cuenta que los cuatro acertaron sus predicciones. ¿En qué orden llegaron los atletas a la meta?

- (A) Hugo, Paco, Luis (B) Hugo, Luis, Paco (C) Luis, Paco, Hugo
(D) Paco, Luis, Hugo (E) Paco, Hugo, Luis

19. ¿Cuál es el último dígito no nulo del número $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 9

20. Si m y k son enteros positivos tales que:

$$2012 = m^m \times (m^k - k),$$

determine el valor de k .

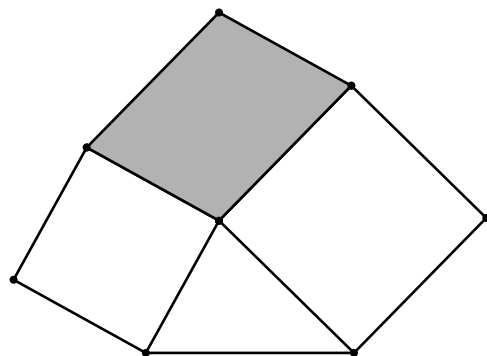
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 11 (E) 9

21. Dos lados de un cuadrilátero tienen longitudes 1 y 4. Una de las diagonales, que tiene longitud 2, divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles. Determina el perímetro del cuadrilátero.

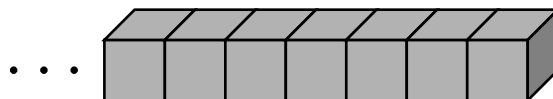
- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

22. La siguiente figura está formada por dos cuadrados de lados 4 cm y 5 cm, un triángulo de área 8 cm^2 y un paralelogramo sombreado. Calcula el área del paralelogramo, en cm^2 .

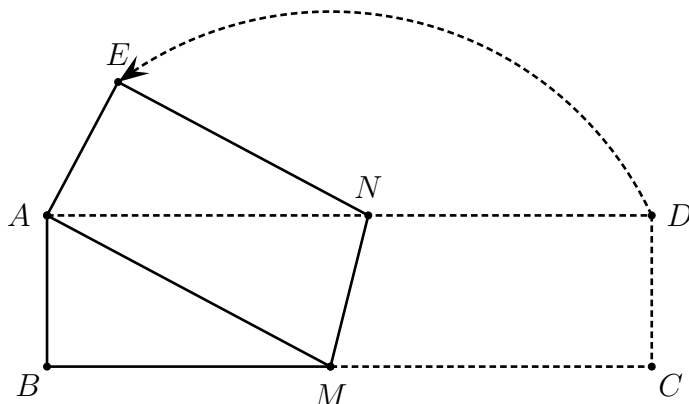
- (A) 15 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 21



23. David ordena los doce números del 1 al 12 alrededor de una circunferencia de tal forma que dos números adyacentes cualesquiera difieran en 2 ó 3. ¿Cuáles de los siguientes números son necesariamente adyacentes?
(A) 5 y 8 (B) 3 y 5 (C) 7 y 9 (D) 6 y 8 (E) 4 y 6
24. En un dado común se cumple que la suma de los puntos de dos caras opuestas es siempre igual a 7. Un niño quiere construir una fila larga de dados comunes. Para lograr su objetivo, él puede pegar dos caras que tengan el mismo número de puntos. Además, él quiere que la suma de todos los puntos visibles sea igual a 2012, ¿cuántos dados necesita el niño?



- (A) 70 (B) 71 (C) 142
(D) 143 (E) Es imposible que haya exactamente 2012 puntos visibles.
25. Una pieza de papel $ABCD$, de forma rectangular, tiene dimensiones $4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$. se hace un doblez a lo largo de la recta MN tal que el vértice C coincide con el vértice A , como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área del pentágono $ABMNE$?



- (A) 17 cm^2 (B) 27 cm^2 (C) 37 cm^2 (D) 47 cm^2 (E) 57 cm^2
26. Sobre una mesa hay 5 focos: cada uno puede estar encendido o apagado. Una *operación* consiste en tocar un foco, cuando esto ocurre ese foco cambia de estado y al mismo tiempo, alguno de los otros focos (al azar) también cambia de estado. Al inicio todos los focos estaban apagados y luego se realizaron 10 operaciones, entonces podemos afirmar que:
- (A) Es imposible que todos los focos estén apagados.
(B) Con seguridad todos los focos están encendidos.
(C) Es imposible que todos los focos estén encendidos.
(D) Con seguridad todos los focos están apagados.
(E) Ninguna de las anteriores es verdadera.

27. Un conjunto \mathcal{A} está formado por seis enteros positivos diferentes, donde el mayor de ellos es n . Todos los subconjuntos de \mathcal{A} que tienen dos elementos, a excepción de un subconjunto, cumplen que su menor elemento divide al mayor elemento. Determina el menor valor posible de n .
- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 36 (E) 45
28. Los números del 1 al 120 son escritos en 15 filas como se indica a continuación. ¿Qué columna (empezando desde la izquierda) tiene la mayor suma de elementos?

1							
2	3						
4	5	6					
7	8	9	10				
11	12	13	14	15			
⋮							
106	107	108	109	110	111	...	120

- (A) 1 (B) 5 (C) 7 (D) 10 (E) 13
29. Sean A, B, C, D, E, F, G, H los ocho vértices consecutivos de un octágono convexo. Se escoge aleatoriamente un vértice del conjunto $\{C, D, E, F, G, H\}$ y se traza un segmento uniéndolo con el vértice A ; luego, se escoge aleatoriamente un vértice del mismo conjunto y se traza un segmento uniéndolo con el vértice B . ¿Cuál es la probabilidad de que al trazar esos dos segmentos el octágono haya sido dividido en exactamente tres regiones?
- (A) $1/6$ (B) $1/4$ (C) $4/9$ (D) $5/18$ (E) $1/3$
30. En el espacio los puntos se representan por tres coordenadas (x, y, z) . Considera un cubo ubicado en el espacio, en el que tres de sus vértices tienen coordenadas $(3, 4, 1)$, $(5, 2, 9)$ y $(1, 6, 5)$, ¿cuáles son las coordenadas del centro del cubo?
- (A) $(4, 3, 5)$ (B) $(2, 5, 3)$ (C) $(3, 4, 7)$ (D) $(3, 4, 5)$ (E) $(2, 3, 5)$