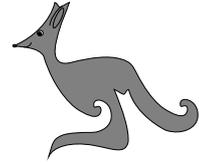


**CANGURO MATEMÁTICO 2015**  
**QUINTO DE SECUNDARIA**



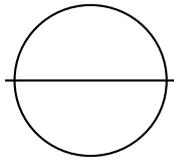
---

**INDICACIONES**

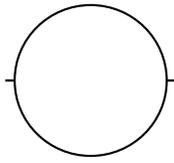
- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- La calificación se realizará de la siguiente manera:
  - Cada pregunta de la 1 a la 10 vale 3 puntos.
  - Cada pregunta de la 11 a la 20 vale 4 puntos.
  - Cada pregunta de la 21 a la 30 vale 5 puntos.

- 
1. ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación  $2^{2x} = 4^{x+1}$ ?
- (A) 0                      (B) infinitas                      (C) 2                      (D) 1                      (E) 3
2. Simplifique la expresión  $(a - b)^5 + (b - a)^5$
- (A) 0                      (B)  $2(a - b)^5$                       (C)  $2a^5 - 2b^5$   
(D)  $2a^5 + 2b^5$                       (E)  $2a^5 + 10a^4b + 20a^3b^2 + 20a^2b^3 + 10ab^4 + 2b^5$
3. Sumamos los 31 enteros desde 2001 hasta 2031 y dividimos la suma por 31. ¿Qué resultado obtenemos?
- (A) 2012                      (B) 2013                      (C) 2015                      (D) 2016                      (E) 2496
4. Simplifique la expresión
- $$\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \times 2015) + (2015 \div 2015)}.$$
- (A)  $\sqrt{2015}$                       (B) 2015                      (C) 2016                      (D) 2017                      (E) 4030

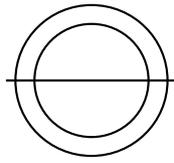
5. ¿Cuántas de las siguientes figuras pueden ser dibujadas con un solo trazo del lápiz (sin levantar el lápiz del papel) sin pasar dos veces por la misma línea?



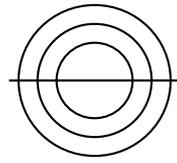
A



B

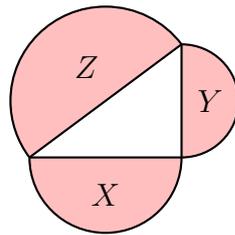


C

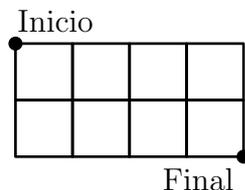


D

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4
6. Cada habitante del planeta Winger tienen al menos dos orejas. Tres habitantes llamados Imi, Dimi y Trimi se conocieron en un cráter. Imi dijo: Yo puedo ver 8 orejas. Dimi dijo: Yo puedo ver 7 orejas. Trimi dijo: Esto es extraño, yo puedo ver solo cinco orejas. Ninguno de ellos puede ver sus propias orejas. ¿Cuántas orejas tiene Trimi?
- (A) 2                      (B) 4                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 7
7. Tres semicírculos tienen diámetros que son lados de un triángulo rectángulo. Sus áreas son  $X \text{ cm}^2$ ,  $Y \text{ cm}^2$  y  $Z \text{ cm}^2$ , como se muestra. ¿Cuál de las siguientes alternativas es necesariamente verdadera?

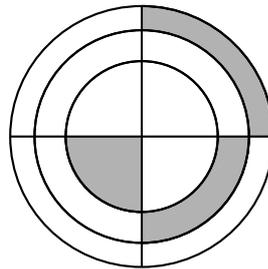


- (A)  $X + Y < Z$                       (B)  $\sqrt{X} + \sqrt{Y} = \sqrt{Z}$                       (C)  $X + Y = Z$   
 (D)  $X^2 + Y^2 = Z^2$                       (E)  $X^2 + Y^2 = Z$
8. En la siguiente figura los 8 cuadraditos son unitarios, es decir, sus lados miden 1. ¿Cuál es la mínima distancia que tienes que caminar desde Inicio hasta Final, si solo te puedes mover por los lados o diagonales de los cuadrados unitarios?

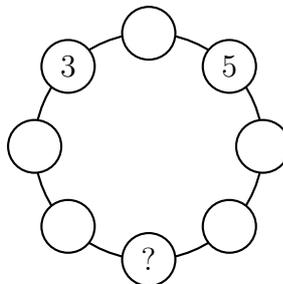


- (A)  $2\sqrt{5}$                       (B)  $\sqrt{10} + \sqrt{2}$                       (C)  $\sqrt{4} + 2\sqrt{2}$                       (D)  $4\sqrt{2}$                       (E) 6
9. ¿Cuál de las siguiente alternativas es la lista completa de la cantidad de ángulos agudos que puede tener un cuadrilátero convexo?
- (A) 0, 1, 2                      (B) 0, 1, 2, 3                      (C) 0, 1, 2, 3, 4                      (D) 0, 1, 3                      (E) 1, 2, 3

10. Sean  $a, b, c, d, e$  cinco números enteros positivos diferentes, sabemos que  $\frac{c}{e} = b$ ,  $a + b = d$  y  $e - d = a$ . ¿Cuál de los números  $a, b, c, d, e$  es el mayor?
- (A)  $a$                       (B)  $b$                       (C)  $c$                       (D)  $d$                       (E)  $e$
11. El eje  $x$  y los gráficos de las funciones  $f(x) = 2 - x^2$  y  $g(x) = x^2 - 1$  dividen el plano cartesiano en
- (A) 7 regiones    (B) 8 regiones    (C) 9 regiones    (D) 10 regiones    (E) 11 regiones
12. En un triángulo rectángulo, la bisectriz de un ángulo agudo divide al lado opuesto en segmentos de longitudes 1 y 2. ¿Cuál es la longitud de la bisectriz?
- (A)  $\sqrt{2}$                       (B)  $\sqrt{3}$                       (C)  $\sqrt{4}$                       (D)  $\sqrt{5}$                       (E)  $\sqrt{6}$
13. La media geométrica de un conjunto de  $n$  números positivos es definida como la raíz  $n$ -ésima del producto de estos números. La media geométrica de un conjunto de tres números es 3 y la media geométrica de otro conjunto de tres números es 12. ¿Cuál es la media geométrica del conjunto combinado de los seis números?
- (A) 4                      (B) 6                      (C)  $\frac{15}{2}$                       (D)  $\frac{15}{6}$                       (E) 36
14. En la figura mostrada, hay tres circunferencias concéntricas y dos diámetros perpendiculares. Si las tres partes sombreadas tienen igual área y el radio de la circunferencia más pequeña es 1, ¿cuál es el producto de los tres radios?



- (A)  $\sqrt{6}$                       (B) 3                      (C)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                       (D)  $2\sqrt{2}$                       (E) 6
15. Emma quiere escribir un número entero en cada círculo de la figura de tal forma que cada número sea igual a la suma de sus dos vecinos. ¿Qué número debe escribir Emma en el círculo con el signo de interrogación?



- (A)  $-5$                       (B)  $-16$                       (C)  $-8$                       (D)  $-3$                       (E) Es imposible.

16. Un comerciante de automóviles compró dos carros. Él vendió el primero a 40 % más de lo que pagó por este y el segundo a 60 % más de lo que pagó por este. El dinero que recibió por los dos carros fue 54 % más que lo que pagó por ambos. La razón de los precios que el comerciante pagó por el primero y el segundo carro fue:

- (A) 10 : 13            (B) 20 : 27            (C) 3 : 7            (D) 7 : 12            (E) 2 : 3

17. La siguiente es la tabla de multiplicación de los números del 1 al 10.

×	1	2	3	...	10
1	1	2	3	...	10
2	2	4	6	...	20
⋮	⋮				⋮
10	10	20	30	...	100

¿Cuál es la suma de los 100 productos de toda la tabla?

- (A) 1000            (B) 2025            (C) 2500            (D) 3025            (E) 5500

18. Hay 2015 canicas en fila. Las canicas están numeradas del 1 al 2015. Canicas que tienen números con igual suma de dígitos son del mismo color y canicas que tienen números con diferente suma de dígitos son de colores diferentes. ¿Cuántos colores diferentes se usaron en total?

- (A) 10            (B) 27            (C) 28            (D) 29            (E) 2015

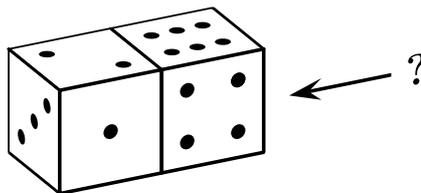
19. Bibi tiene un dado con los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en sus seis caras. Tina tiene un dado el cual es especial: tiene los números 2, 2, 2, 5, 5 y 5 en sus seis caras. Cuando Bibi y Tina lanzan sus dados, la que obtenga el mayor número gana. Si los dos números son iguales, entonces es un empate. ¿Cuál es la probabilidad de que Tina gane?

- (A)  $\frac{1}{3}$             (B)  $\frac{7}{18}$             (C)  $\frac{5}{12}$             (D)  $\frac{1}{2}$             (E)  $\frac{11}{18}$

20. ¿Cuántos enteros positivos de tres dígitos, de la forma  $\overline{abc}$  (con  $a \neq 0$ ), cumplen que  $|a - b| = 3$  y  $|b - c| = 3$  ?

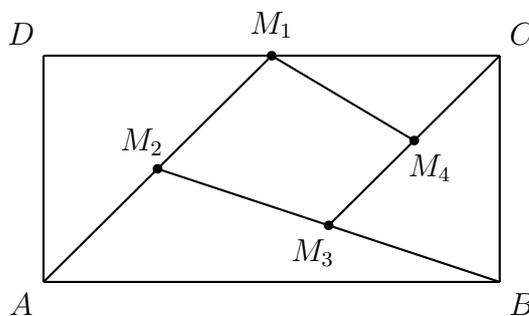
- (A) 12            (B) 14            (C) 16            (D) 20            (E) 27

21. Para dados estándar la suma de los números en caras opuestas siempre es 7. Hay dos dados estándar idénticos, mostrados en la figura. ¿Qué número podría estar en la cara de la derecha (marcada con un signo de interrogación)?



- (A) Solo 5            (B) Solo 2            (C) 2 ó 5            (D) 1, 2, 3 ó 5            (E) 2, 3 ó 5

22. Leyendo las siguientes oraciones de arriba hacia abajo, ¿cuál es la primera oración que es verdadera?
- (A) La oración (C) es verdadera.  
 (B) La oración (A) es verdadera.  
 (C) La oración (E) es falsa.  
 (D) La oración (B) es falsa.  
 (E)  $1 + 1 = 2$ .
23. ¿Cuántos polígonos regulares cumplen que las medidas de sus ángulos interiores (en grados sexagesimales) son enteros?
- (A) 17                      (B) 18                      (C) 22                      (D) 25                      (E) 60
24. Un triángulo  $ABC$ , de lados enteros, cumple que  $\angle ABC = 90^\circ$  y  $AB = 20$ . ¿Cuántos valores diferentes puede tomar  $AC$ ?
- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4                      (E) 6
25. Rectángulos azules y rojos son dibujados en una pizarra. Exactamente 7 de los rectángulos son cuadrados. Hay 3 rectángulos rojos más que cuadrados azules. Hay 2 cuadrados rojos más que rectángulos azules. ¿Cuántos rectángulos azules hay en la pizarra?
- (A) 1                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 6                      (E) 19
26. En la palabra KANGAROO, Bill y Bob reemplazan, cada uno, las letras por dígitos, de tal manera que los números resultantes sean múltiplos de 11. Cada uno de ellos reemplaza letras diferentes por dígitos diferentes y letras iguales por dígitos iguales ( $K \neq 0$ ). Bill obtiene el mayor número posible y Bob el menor. En ambos casos, una de las letras es reemplazada por el mismo dígito. ¿Qué dígito es este?
- Aclaración:* La letra O no necesariamente representa al dígito cero.
- (A) 0                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 5                      (E) 6
27. En el rectángulo  $ABCD$  mostrado en la figura,  $M_1$  es el punto medio de  $DC$ ,  $M_2$  es el punto medio de  $AM_1$ ,  $M_3$  es el punto medio de  $BM_2$  y  $M_4$  es el punto medio de  $CM_3$ . Hallar la razón entre las áreas del cuadrilátero  $M_1M_2M_3M_4$  y del rectángulo  $ABCD$ .



- (A)  $\frac{7}{16}$                       (B)  $\frac{3}{16}$                       (C)  $\frac{7}{32}$                       (D)  $\frac{9}{32}$                       (E)  $\frac{1}{5}$

28. Oyla la hormiga empieza su recorrido en uno de los vértices de un cubo cuyas aristas tienen longitud 1. Ella quiere caminar al menos una vez a lo largo de cada arista del cubo y regresar al punto inicial, de modo que la longitud de su recorrido sea tan corta como es posible. ¿Cuál es la longitud de su recorrido?
- (A) 12                      (B) 14                      (C) 15                      (D) 16                      (E) 20
29. Algunos puntos son marcados en una recta, y se consideran todos los segmentos cuyos extremos son puntos marcados. Uno de estos puntos está en el interior de 80 segmentos; otro punto está en el interior de 90 segmentos ¿Cuántos puntos fueron marcados en la recta?
- Aclaración:* Considere que el interior de un segmento no contiene a los extremos de dicho segmento.
- (A) 20                      (B) 22                      (C) 80                      (D) 90                      (E) imposible determinar
30. 96 miembros de un club de conteo están parados formando un gran círculo. Ellos empiezan diciendo los números 1, 2, 3, 4, . . . por turnos, yendo alrededor del círculo. Cada miembro que dice un número par sale inmediatamente del círculo (ya no regresa nunca) y el resto continúa diciendo los siguientes números, sin parar hasta que solo quede un miembro del club. ¿Cuál fue el primer número que dijo este miembro?
- (A) 1                      (B) 17                      (C) 33                      (D) 65                      (E) 95

Perú, 11 de abril de 2015.

