

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **2 horas y media**.
- En la primera media hora puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
- Cada problema tiene un puntaje máximo de **20 puntos**.
- Resuelve los problemas propuestos justificando adecuadamente cada paso.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

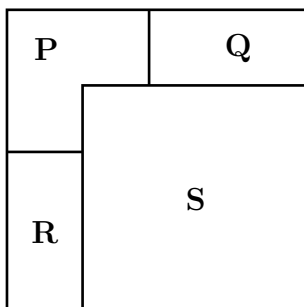
1 Usando cuatro veces el número 4, operaciones aritméticas (+, −, ×, ÷) y paréntesis se puede obtener varios resultados. Por ejemplo, se puede obtener como resultado los números 1, 2 y 3, de la siguiente forma:

$$(4 + 4) \div (4 + 4) = 1, \quad (4 \times 4) \div (4 + 4) = 2, \quad (4 \times 4 - 4) \div 4 = 3.$$

- a) Muestre que el resultado puede ser 8.
- b) Muestre que el resultado puede ser 17.
- c) Muestre que el resultado puede ser 32.
- d) Muestre que el resultado puede ser 64.

2 Un canguro salta en una línea recta. El canguro realiza tres tipos de salto: si salta solo con su pata izquierda recorre 3 metros, si salta solo con su pata derecha recorre 5 metros y si salta con sus dos patas recorre 7 metros. Muestre cómo es posible que el canguro recorra exactamente 200 metros en 30 saltos, si no está permitido retroceder.

3 Un cuadrado de 10 cm de lado ha sido dividido en cuatro partes: **P**, **Q**, **R** y **S**. Las partes **Q** y **R** son rectángulos y la parte **S** es un cuadrado. Se cumple que las partes **P**, **Q** y **R** tienen igual perímetro y, además, el perímetro de la parte **S** es igual al doble del perímetro de cualquiera de las otras partes. Calcule el área de la parte **S**.



4 Se tiene 8 cubos de lado 1. De las 48 caras de estos cubos, se sabe que 16 son azules y 32 son rojas. Con esos 8 cubos se armó un cubo de lado 2 tal que en su superficie hay exactamente 8 cuadrados rojos de lado 1. Pruebe que con los mismos 8 cubos se puede armar un cubo de lado 2 tal que su superficie sea completamente roja.

5 Un alumno escribió cuatro números naturales. Para cualesquiera dos de esos números calculó su diferencia (restando el mayor menos el menor). De esta forma obtuvo 6 diferencias.

a) ¿Es posible que las diferencias sean 1, 2, 3, 3, 4 y 6 ?

b) ¿Es posible que las diferencias sean 2, 2, 3, 4, 5 y 6 ?