II Torneo de Jóvenes Matemáticos

Primera Prueba Clasificatoria - Ronda Nacional

Grado 8 (2° de Secundaria)

Parte A: De los problemas del A1 al A5 escoge una alternativa y márcala en la hoja de respuestas. Solo una es la correcta. La respuesta correcta en esta parte vale +8 puntos, la respuesta incorrecta −2 puntos y la respuesta en blanco 0 puntos.

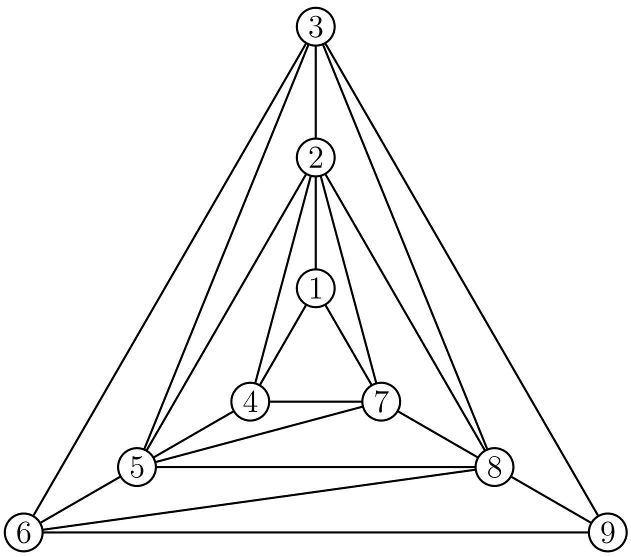
A1 Un grupo de amigos se fue de vacaciones. Ellos estuvieron 8 días en Guayaquil y los siguientes 8 días estuvieron en Quito. Se sabe que en Guayaquil estuvieron dos domingos, entonces podemos asegurar que:

(A) En Quito estuvieron dos lunes.
(B) En Quito estuvieron dos martes.
(C) En Quito estuvieron dos sábados.
(D) En Quito estuvieron dos domingos.
(E) En Quito estuvieron tres domingos.

A2 Sean a y b enteros positivos impares, con $a > b$. En el club de ajedrez Kasparov hay a integrantes y en el club de ajedrez Capablanca hay b integrantes. Determine como mínimo cuántos integrantes del club Kasparov deberían trasladarse al club Capablanca para que este último tenga más integrantes.

(A) $\dfrac{a-b+2}{2}$ (B) $\dfrac{a-b+1}{2}$ (C) $\dfrac{a-b}{2}$ (D) $\dfrac{a-b-2}{2}$ (E) $\dfrac{b-a}{2}$

A3 En la figura se muestran 9 círculos, algunos de los cuales están unidos por segmentos. Cada círculo se debe pintar de rojo, verde, azul o negro, de tal forma que si dos círculos están unidos por un segmento, deben estar pintados de colores diferentes.



Si el círculo 1 debe ser rojo, el círculo 4 azul y el círculo 7 verde, determine cuántos círculos de cada color habrá en total.

(A) 2 rojos, 3 verdes, 2 azules y 2 negros
(B) 3 rojos, 3 verdes, 1 azul y 2 negros
(C) 3 rojos, 2 verdes, 2 azules y 2 negros
(D) 3 rojos, 2 verdes, 3 azules y 1 negro
(E) 3 rojos, 3 verdes, 2 azules y 1 negro

$\boxed{\textbf{A4}}$ Sean a, b y c números reales tales que

$$\begin{aligned} a^2 + 2b &= 7, \\ b^2 + 4c &= -7, \\ c^2 + 6a &= -14. \end{aligned}$$

Calcule el valor de $a^2 + b^2 + c^2$.

(A) 12 (B) 16 (C) 19 (D) 14 (E) 17

$\boxed{\textbf{A5}}$ Carlos escribe en la pizarra 6 números enteros positivos distintos. Para cada dos números de Carlos, Luis calcula su suma. En total Luis obtiene 15 sumas (pueden haber sumas repetidas). Luis se dio cuenta que entre esas 15 sumas hay exactamente 8 números primos. ¿Cuál es el menor valor posible del mayor número de Carlos?

Aclaración: Como puede haber sumas repetidas, también puede haber números primos repetidos.

(A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 9 (E) 8

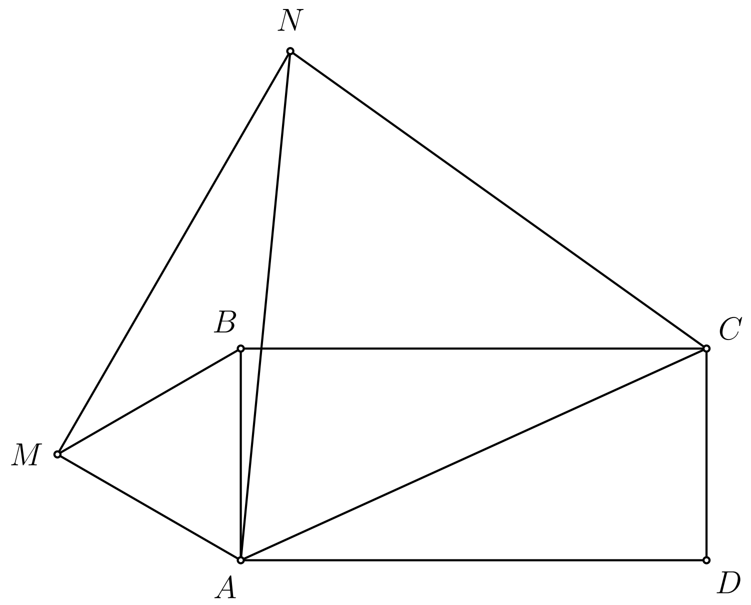
Parte B: De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente de la hoja de respuestas y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007. La respuesta correcta en esta parte vale +12 puntos y las respuestas incorrectas o en blanco, valen 0 puntos.

$\boxed{\textbf{B1}}$ Diana va del trabajo a su casa en bicicleta, siempre a velocidad constante. Si va a 20 km/h llega a su casa a las 3:30 p. m., pero si va a 12 km/h llega a su casa a las 3:50 p. m. Calcule la distancia, en km, que hay entre el trabajo y su casa.

$\boxed{\textbf{B2}}$ Un entero positivo n es llamado *aceptable* si existe un entero positivo tal que el producto de sus dígitos es n. Por ejemplo, 20 es aceptable porque el producto de los dígitos de 1225 es 20. Encuentre el menor número compuesto que no es aceptable.

Aclaración: Recuerde que un número es compuesto si tiene más de dos divisores positivos. Por ejemplo, 6 es compuesto porque tiene más de dos divisores positivos (1, 2, 3 y 6).

$\boxed{\textbf{B3}}$ Dado un rectángulo $ABCD$, con $AB < BC$. Los triángulos equiláteros AMB y ANC se construyen sobre el lado AB y sobre la diagonal AC, respectivamente, tal como se muestra en la figura. Si el perímetro del rectángulo $ABCD$ es igual a 34 y el perímetro del pentágono $AMNCD$ es igual a 47, halle el perímetro del pentágono $AMBCD$.



$\boxed{\textbf{B4}}$ Se tiene dos enteros positivos a_1 y a_2, a partir de los cuales se genera una secuencia de **enteros positivos** de la siguiente forma. El primer término es a_1, el segundo término es a_2, el tercer término es $a_3 = a_1 - a_2$, el cuarto término es $a_4 = a_2 - a_3$ y así sucesivamente, se va restando mientras el resultado sea positivo. Cuando obtenemos un término a_{i+1} que es mayor o igual que a_i nos detenemos.

Primer ejemplo, si $a_1 = 23$ y $a_2 = 14$ obtenemos la secuencia $23, 14, 9, 5, 4, 1, 3$ que tiene 7 términos.

Segundo ejemplo, si $a_1 = 35$ y $a_2 = 27$ obtenemos la secuencia $35, 27, 8, 19$ que tiene 4 términos.

Si $a_1 = 150$, ¿cuál debe ser el valor de a_2 para que la secuencia correspondiente tenga la mayor cantidad de términos posible?

$\boxed{\textbf{B5}}$ Mario escribe una lista de n números **enteros distintos**. Se sabe que la suma de cualesquiera siete números adyacentes en su lista es igual a 20 o 21. ¿Cuál es el mayor valor posible de n?

13 de diciembre de 2020,

Editorial Binaria