

Indicaciones:

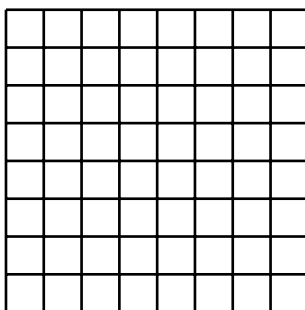
- La prueba tiene una duración de **4 horas** (como máximo).
- En los primeros 45 minutos puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes ir a explicar tus soluciones al jurado después de los 45 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

5 María tiene 13 rectángulos de papel. Las dimensiones de los rectángulos son 1×1 , 1×2 , 1×3 , 1×4 , \dots , 1×13 . Demuestre que con esos rectángulos se puede armar un rectángulo que tenga todos sus lados mayores que 1.

Aclaración: Al armar el rectángulo grande no debe haber huecos ni superposiciones, es decir, un rectángulo no puede estar sobre otro.

6 Ana, Beto y Carlos escribieron cada uno un número de tres dígitos. Resultó que los nueve dígitos que usaron son distintos y, además, la suma de los tres números es 2371. Muestre, mediante un ejemplo, cómo pudo haber sucedido esto.

7 Determine cuántas casillas como mínimo se debe pintar en un tablero de 8×8 para que se cumpla que cualquier subtablero de 2×2 , de 1×3 o de 3×1 tenga al menos dos casillas pintadas.



8 Cada entero positivo se colorea de azul o rojo. Demuestre que para cualquier coloración es posible encontrar tres enteros positivos distintos a , b , c , del mismo color, tales que $ab = c^2$.