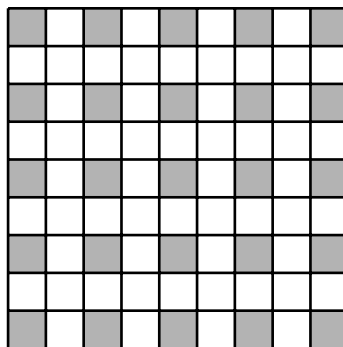


Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas** (como máximo).
- En los primeros 45 minutos puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes ir a explicar tus soluciones al jurado después de los 45 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

- 5 Ana, Beto y Carlos escribieron cada uno un número de tres dígitos. Resultó que los nueve dígitos que usaron son distintos y, además, la suma de los tres números es 2371. Muestre, mediante un ejemplo, cómo pudo haber sucedido esto.
- 6 El entero positivo N tiene al menos siete divisores positivos y los siete menores son 1, 2, 3, 4, 6, 8 y k , donde $8 < k$. Determine todos los valores que puede tomar k . Justifique su respuesta.
- 7 Cada entero positivo se colorea de azul o rojo. Demuestre que para cualquier coloración es posible encontrar tres enteros positivos distintos a, b, c del mismo color tales que $ab = c^2$.
- 8 Algunas casillas de un tablero de 9×9 han sido pintadas de gris, tal como se muestra en la figura de abajo. Sobre las casillas de este tablero se van a colocar n caballos de ajedrez, de tal manera que cada casilla gris sea amenazada por al menos un caballo. ¿Cuál es el menor valor posible de n ?



Aclaración: Recuerde que en el ajedrez, los caballos se mueven dos casillas en horizontal y una en vertical o dos casillas en vertical y una en horizontal. Por ejemplo, en la siguiente figura, el caballo *C* amenaza a las ocho casillas que tienen un punto.

