

Indicaciones:

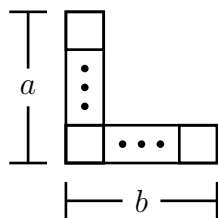
- La prueba tiene una duración de **4 horas** (como máximo).
- En los primeros 45 minutos puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes ir a explicar tus soluciones al jurado después de los 45 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

**1** En un triángulo  $ABC$  se cumple que  $CA = CB$ . En el lado  $AB$  se ubica un punto  $D$  tal que  $\angle BCD = 90^\circ$ , calcule la medida del ángulo  $\angle ACB$  si  $BD = 2 \cdot AD$ .

**2** a) Sea  $\overline{pqrst}$  un entero positivo que no es múltiplo de 10. ¿Es posible que el resultado de sumar los números  $\overline{pqrst}$  y  $\overline{tsrqp}$  sea un número tal que todos sus dígitos sean impares?  
 b) Sea  $\overline{abcdefg}$  un entero positivo que no es múltiplo de 10. ¿Es posible que el resultado de sumar los números  $\overline{abcdefg}$  y  $\overline{gfedcba}$  sea un número tal que todos sus dígitos sean impares?

**3** Un niño tiene varios palitos tales que la longitud de cada uno es 8 cm o 9 cm (el niño tiene al menos un palito de cada tamaño). Además, se sabe que la suma de las longitudes de todos los palitos es 18 m. Demuestre que usando todos los palitos (y sin romper ninguno) el niño puede armar el borde de un octágono regular.

**4** Una ficha  $L$  es una figura formada por cuadraditos unitarios de la siguiente forma:



donde  $a \geq 2$  y  $b \geq 2$ . ¿Cuántas fichas  $L$ , no necesariamente iguales, se necesitan como mínimo para cubrir completamente un tablero de  $50 \times 50$ ?

*Aclaración:* Las fichas se pueden rotar, pero no se pueden superponer ni salir del tablero.