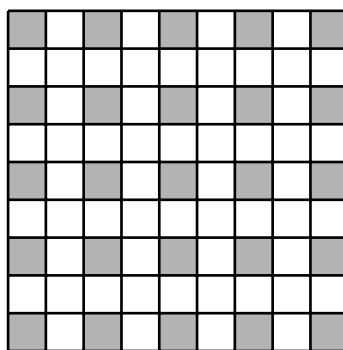


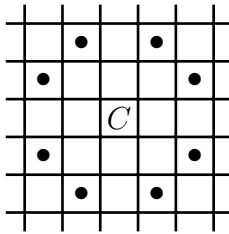
Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas** (como máximo).
- En los primeros 45 minutos puedes hacer preguntas, por escrito, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes ir a explicar tus soluciones al jurado después de los 45 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

- 5** El entero positivo  $N$  tiene al menos siete divisores positivos y los siete menores son 1, 2, 3, 4, 6, 8 y  $k$ , donde  $8 < k$ . Determine todos los valores que puede tomar  $k$ . Justifique su respuesta.
- 6** Sea  $ABCD$  un paralelogramo tal que  $AD = 2 \cdot AB$  y  $\angle BAD$  es agudo. Sea  $P$  el pie de la perpendicular trazada desde  $C$  a la recta  $AB$ . Sea  $M$  el punto medio de  $AD$ . Demuestre que  $\angle DMP = 3 \cdot \angle APM$ .
- 7** Algunas casillas de un tablero de  $9 \times 9$  han sido pintadas de gris, tal como se muestra en la figura de abajo. Sobre las casillas de este tablero se van a colocar  $n$  caballos de ajedrez, de tal manera que cada casilla gris sea amenazada por al menos un caballo. ¿Cuál es el menor valor posible de  $n$ ?



*Aclaración:* Recuerde que en el ajedrez, los caballos se mueven dos casillas en horizontal y una en vertical o dos casillas en vertical y una en horizontal. Por ejemplo, en la siguiente figura, el caballo  $C$  amenaza a las ocho casillas que tienen un punto.



- 8 En el plano se ubicaron 5 puntos, entre los cuales no hay tres colineales, y a cada punto se le asignó un número real. Luego, se trazaron algunos segmentos que unen esos puntos. Ocurrió que la longitud de cada segmento trazado es igual al valor absoluto de la diferencia de los números asignados a sus extremos. Determine cuántos segmentos como máximo se pudieron haber trazado.