



II TORNEO DE JÓVENES MATEMÁTICOS

PRUEBA INDIVIDUAL DÍA 2 - RONDA INTERNACIONAL

Nivel 2

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas**.
- Lee con cuidado todos los enunciados. En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas, por medio del correo **e.binaria@gmail.com**, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes entrar a las salas a explicar tus soluciones al jurado después de los 30 minutos iniciales.
- Para entrar a una sala debes avisar al observador de tu nivel para que te coloque en la lista de espera.
- Debes entrar a la sala preparado para poder explicar tu solución, para eso usarás los métodos que creas conveniente.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- Tienes en promedio 10 minutos para cada intento, si el jurado considera que en ese tiempo no has hecho un avance considerable puede decidir que el intento fue perdido. Por el contrario, si luego de ese tiempo sí has hecho un avance considerable el jurado puede dar más tiempo para que continúes.
- Cada vez que vas a una sala puedes explicar la solución de uno o más problemas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes, libros o páginas web.
- Esta prueba es **individual**.

1 Un profesor dejó como ejercicio en la pizarra multiplicar dos números de dos dígitos. Juan se equivocó al escribir el primer número porque intercambió la posición de sus dígitos y obtuvo como resultado 1312. Martín se equivocó al escribir el segundo número porque intercambió la posición de sus dígitos y obtuvo como resultado 322. Encuentre la respuesta correcta del ejercicio que dejó el profesor, si se sabe que es impar.

2 Determine si es posible escribir un número entero positivo en cada casilla vacía del siguiente tablero de tal forma que los nueve números sean distintos y tengan suma mayor que 1000 y, además, que al multiplicar los tres números de cualquier fila, los tres números de cualquier columna o los tres números de cualquier diagonal se obtenga el mismo resultado.

	1	
4		
		2

3 En la pizarra está escrito el número 123456789. Una *operación* consiste en escoger dos dígitos **adyacentes**, ambos mayores que 0, restar 1 a cada uno e intercambiarlos de lugar. Por ejemplo, con una operación (aplicada a los dígitos 4 y 5) podemos obtener 123436789 y con una operación más (aplicada a los dígitos 3 y 6) podemos obtener 123452789. ¿Cuál es el menor número que se puede obtener luego de algunas operaciones?

- 4 Cada uno de los números $1, 2, 3, 4, \dots, 100$ se pinta de rojo, verde o azul, de cualquier forma. Demuestre que, sin importar cómo se pintaron los números, existen dos de ellos que son del mismo color y cuya diferencia es un cuadrado perfecto.

Aclaración: los cuadrados perfectos son los números de la forma n^2 , donde n es un entero positivo. Es decir, $1^2 = 1$, $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, etc.