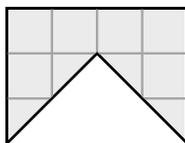


Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas**.
- Lee con cuidado todos los enunciados. En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas, por medio del correo **e.binaria@gmail.com**, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes entrar a las salas a explicar tus soluciones al jurado después de los 30 minutos iniciales.
- Para entrar a una sala debes avisar al observador de tu nivel para que te coloque en la lista de espera.
- Debes entrar a la sala preparado para poder explicar tu solución, para eso usarás los métodos que creas conveniente.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- Tienes en promedio 10 minutos para cada intento, si el jurado considera que en ese tiempo no has hecho un avance considerable puede decidir que el intento fue perdido. Por el contrario, si luego de ese tiempo sí has hecho un avance considerable el jurado puede dar más tiempo para que continúes.
- Cada vez que vas a una sala puedes explicar la solución de uno o más problemas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes, libros o páginas web.
- Esta prueba es **individual**.

**1** A un papel cuadriculado se le hizo algunos cortes para obtener el siguiente pentágono:



Demuestre que es posible hacer algunos cortes rectos al pentágono de tal forma que se obtenga tres partes con las que se pueda armar un cuadrado.

**2** Determine si es posible escribir un número entero positivo en cada casilla vacía del siguiente tablero de tal forma que los nueve números sean distintos y tengan suma mayor que 1000 y, además, que al multiplicar los tres números de cualquier fila, los tres números de cualquier columna o los tres números de cualquier diagonal se obtenga el mismo resultado.

	1	
4		
		2

**3** Cada uno de los números  $1, 2, 3, 4, \dots, 100$  se pinta de rojo, verde o azul, de cualquier forma. Demuestre que, sin importar cómo se pintaron los números, existen dos de ellos que son del mismo color y cuya diferencia es un cuadrado perfecto.

*Aclaración:* los cuadrados perfectos son los números de la forma  $n^2$ , donde  $n$  es un entero positivo. Es decir,  $1^2 = 1$ ,  $2^2 = 4$ ,  $3^2 = 9$ , etc.

- 4 Se tiene un conjunto de 50 colores. Determine si es posible pintar cada entero positivo con alguno de esos colores, de tal forma que, para todo entero positivo  $a$ , se cumple que los 50 números  $a, 2a, 3a, \dots, 50a$  tienen colores distintos.