

## II TORNEO DE JÓVENES MATEMÁTICOS

### PRUEBA INDIVIDUAL DÍA 1 - RONDA INTERNACIONAL

Nivel 4

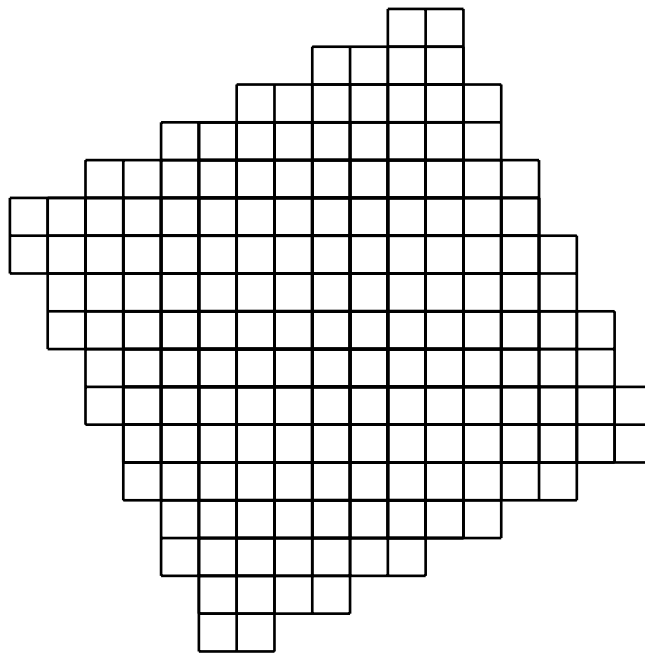
Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas**.
- Lee con cuidado todos los enunciados. En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas, por medio del correo **e.binaria@gmail.com**, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas.
- Puedes entrar a las salas a explicar tus soluciones al jurado después de los 30 minutos iniciales.
- Para entrar a una sala debes indicar al observador de tu nivel, por medio del chat, qué problema deseas pasar a explicar.
- Debes entrar a la sala preparado para poder explicar tu solución, para eso usarás los métodos que creas conveniente.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- Tienes en promedio 10 minutos para cada intento, si el jurado considera que en ese tiempo no has hecho un avance considerable puede decidir que el intento fue perdido. Por el contrario, si luego de ese tiempo sí has hecho un avance considerable el jurado puede dar más tiempo para que continúes.
- Luego de cada intento debes regresar a la sala principal.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes, libros o páginas web.
- Esta prueba es **individual**.

**1** Encuentre un número de tres dígitos  $\overline{abc}$  tal que  $\overline{abc} = a + b^3 + c^5$ .

**2** Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo isósceles, recto en  $A$ . Si  $M$  es el punto medio de  $AB$  y  $P$  es un punto de  $BC$  tal que  $\angle PMB = \angle CMA$ , demuestre que  $AP$  y  $MC$  son perpendiculares.

**3** Al inicio todas las casillas del tablero mostrado son de color blanco. Una *operación* consiste en escoger un rectángulo formado por uno o más cuadraditos del tablero y pintar todos sus cuadraditos de rojo (no hay problema si algunos de esos cuadraditos ya eran rojos antes de hacer la operación). Halle la menor cantidad de operaciones que se debe hacer para conseguir que todas las casillas del tablero sean rojas.



- 4 Un niño dibujó algunos círculos en una hoja de papel rectangular que tiene dimensiones 30 cm y 70 cm. Los círculos no se intersecan y ninguno contiene a otro, además, el diámetro de cada círculo es menor o igual que 10 cm. Luego el niño cortó los círculos. Demuestre que los círculos de papel se pueden ubicar sobre un papel rectangular que tiene dimensiones 40 cm y 60 cm de tal forma que estos no se superpongan, es decir, que no haya una parte de un círculo que este sobre otro.