



Editorial
Binaria

X CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2022 - Primera Etapa CUARTO Y QUINTO DE SECUNDARIA

De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

1 Los números enteros a , b y c cumplen que $a^2 + b^2 + c^2 = 5$. ¿Cuál de los siguientes números no es un posible valor de $a + b + c$?

- (A) 3 (B) 1 (C) 5 (D) -1 (E) -3

2 Debido a un error, se redujo el salario de un trabajador en $n\%$. Para corregir el error y que el salario sea el mismo de antes, el salario erróneo tuvo que ser aumentado en 25% . Calcule el valor de n .

- (A) 10 (B) 20 (C) 25 (D) 50 (E) 30

3 Sean a , b , c , d enteros positivos tales que

$$\begin{aligned}a + 2b &= c, \\ 2a - 3b &= d.\end{aligned}$$

Determine cuál de las siguientes proposiciones es verdadera:

- (A) Si c es múltiplo de 2 entonces d es múltiplo de 2.
(B) Si c es múltiplo de 3 entonces d es múltiplo de 3.
(C) Si c es múltiplo de 5 entonces d es múltiplo de 5.
(D) Si c es múltiplo de 6 entonces d es múltiplo de 6.
(E) Si c es múltiplo de 7 entonces d es múltiplo de 7.

4 En el plano cartesiano se han ubicado los puntos $A = (1, 2)$, $B = (2, 2)$, $C = (3, 2)$, $D = (1, 1)$, $E = (2, 1)$ y $F = (3, 1)$. La gráfica de una función cuadrática $f(x)$ pasa por los puntos A , E y F , mientras que la gráfica de una función cuadrática $g(x)$ pasa por los puntos B , C y D . Si r es un número real tal que $f(r) = g(r)$, calcule el valor de $\frac{r^2}{r-1}$.

- (A) $\frac{7}{2}$ (B) 4 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3 (E) 5

5 En un salón de clase donde hay 47 alumnos, cada uno es mentiroso o veraz. Un mentiroso siempre miente, mientras que un veraz siempre dice la verdad. Cierta día tres alumnos dijeron lo siguiente:

- Sara: En total hay 19 mentirosos en el salón.
- Clara: En total hay 8 mentirosos en el salón.
- Marcos: Sara es veraz.

Si se sabe que exactamente uno de estos tres alumnos es veraz, ¿cuántos alumnos en el salón son veraces?

- (A) 39 (B) 20 (C) 19 (D) 10 (E) 28

6 Sea $ABCDE$ un pentágono tal que $\angle BAE = 60^\circ$ y todos sus otros ángulos interiores tienen la misma medida. Este pentágono cumple que las longitudes de sus lados están representadas por cinco enteros positivos consecutivos. Calcule la longitud de BC si, además, se sabe que $CD = 2$ y $DE = 4$.

- (A) 3 (B) 1 (C) 5 (D) 6 (E) 7

7 Sea \mathcal{P} un conjunto formado por cinco enteros positivos distintos tales que $\mathcal{P} \cap \{1, 2, 3, 4\}$ tiene exactamente 3 elementos y $\mathcal{P} \cap \{2, 3, 4, 5\}$ tiene exactamente 3 elementos. Determine el menor valor posible de la suma de los elementos de \mathcal{P} .

- (A) 22 (B) 20 (C) 19 (D) 18 (E) 17

8 Sea $ABCD$ un rectángulo, Q el punto medio del lado AD y P un punto del lado AB tal que $\angle BPC = \angle CPQ$. Si $AP = 6$ y $PB = 4$, calcule $\sin \alpha$, donde $\alpha = \angle PQA$.

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

9 En una división inexacta, el dividendo es 180 y el divisor es el doble del resto. Determine el mayor valor posible del cociente.

- (A) 4 (B) 27 (C) 22 (D) 7 (E) 11

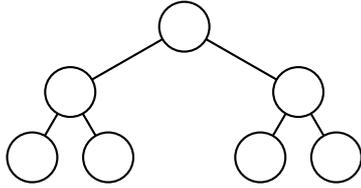
10 Sea A un número de cinco dígitos que empieza con el dígito 4 y termina con el dígito 7. Sea B un número de cinco dígitos que empieza con el dígito 9 y termina con el dígito 3. Si $\text{mcd}(A, B)$ es un número de cinco dígitos, calcule el cociente de dividir B entre $\text{mcd}(A, B)$.

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 9 (E) 3

11 Determine el resto de dividir el polinomio $x^{22} - 1$ entre el polinomio $(x - 1)^2$.

- (A) $21x - 21$ (B) 0 (C) $x - 1$
(D) $22x - 22$ (E) $22x - 21$

- 12** Determine de cuántas formas se pueden ordenar los números del 1 al 7, sin repetir, en los círculos de la siguiente figura, de tal manera que si dos números están en círculos unidos por un segmento, se cumple que el número que está en el círculo superior es mayor que el número que está en el círculo inferior.



- (A) 120 (B) 90 (C) 75 (D) 60 (E) 80

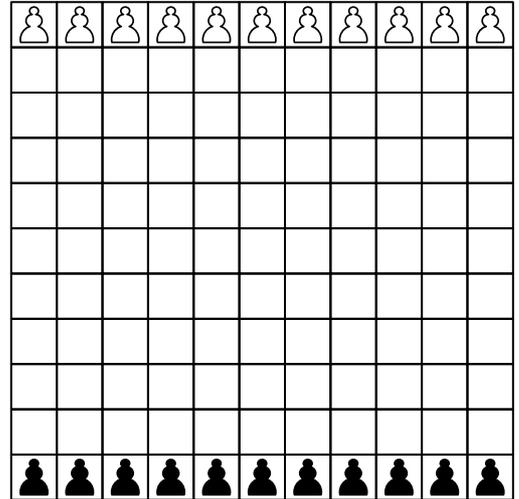
- 13** Sea $f(x) = \sin^{20} x + \cos^{22} x$, donde $x \in [0, 2\pi]$. Determine a cuál de los siguientes intervalos pertenece el mayor valor posible de $f(x)$.

- (A) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (B) $\left(\frac{1}{2}, \frac{19}{20}\right]$ (C) $\left(\frac{19}{20}, 1\right]$
 (D) $\left(1, \frac{23}{22}\right]$ (E) $\left(\frac{23}{22}, \infty\right]$

- 14** Sea N la cantidad de números de seis dígitos que son múltiplos de 6 y cumplen que los dos dígitos centrales son iguales. Determine la cantidad de divisores positivos de N .

- (A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 40 (E) 32

- 15** En cada casilla de la fila superior de un tablero de 11×11 hay un peón blanco y en cada casilla de la fila inferior hay un peón negro. En un movimiento se permite mover cualquier peón a una casilla adyacente por lado, si está libre. Determine la menor cantidad de movimientos que se necesita hacer para conseguir que todos los peones negros estén en la fila superior y todos los peones blancos en la fila inferior. Dé como respuesta la suma de los dígitos de dicho número.



- (A) 7 (B) 9 (C) 6 (D) 3 (E) 5