X CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2022 - Segunda Etapa

Cuarto y Quinto de Secundaria

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

A1 Sea $P(x)$ un polinomio de grado 4 y $Q(x)$ un polinomio de grado 3. Halle el grado del polinomio $R(x)$ definido por

$$R(x) = P(Q(x)) - P(x) \cdot Q(x).$$

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 12 (E) 13

A2 Se marca en un papel cinco puntos que son los vértices de un pentágono regular. Luego, se escogen tres de esos puntos que son los vértices de un triángulo $\mathcal{T}$. Entonces $\mathcal{T}$ no puede ...

(A) ser isósceles
(B) ser acutángulo
(C) ser obtusángulo
(D) ser escaleno
(E) tener un ángulo interior que mide 36°.

A3 Sean α y β ángulos agudos tales que $\operatorname{sen}\alpha = 2\cos\beta$ y $\cos\alpha = \dfrac{\operatorname{sen}\beta}{2}$. Calcule el valor de $\tan\beta$.

(A) 2 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\dfrac{1}{2}$ (E) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

A4 Determine cuántos números primos de dos dígitos cumplen que cada uno de sus dígitos no es un número primo.

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

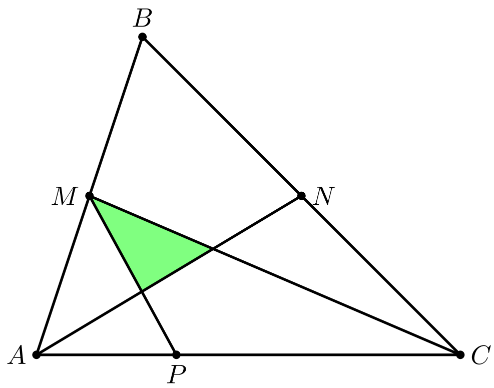
A5 Determine cuántos números de la forma $\overline{ab7cde}$ cumplen que $a < b < 7$ y $7 > c > d > e$.

(A) 450 (B) 300 (C) 700 (D) 480 (E) 525

A6 Un viajero va de la ciudad A a la ciudad B. A las 14:00 horas, cuando el viajero había recorrido la cuarta parte del camino, un motociclista salió de la ciudad A hacia la ciudad B, y un camión salió de la ciudad B hacia la ciudad A. A las 15:00 horas el motociclista alcanzó al viajero, y a las 15:30 horas se encontró con el camión. ¿A qué hora se encontrará el viajero con el camión?

(A) 15:48 (B) 15:45 (C) 15:50 (D) 14:00 (E) 15:56

A7 En la figura mostrada, M es el punto medio del lado AB, N es punto medio del lado BC y P es un punto del lado AC tal que $PC = 2 \cdot AP$. Determine qué fracción del área del triángulo ABC, representa el área del triángulo pintado.



(A) $\dfrac{1}{20}$ (B) $\dfrac{1}{15}$ (C) $\dfrac{1}{16}$ (D) $\dfrac{4}{45}$ (E) $\dfrac{3}{40}$

A8 El gráfico de la función $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x}$, se refleja en la recta $y = 1$. El resultado se refleja en la recta $y = -x$. De esta forma obtenemos el gráfico de la función ...

(A) $g : \mathbb{R} - \{-2\} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = -\dfrac{1}{x+2}$.
(B) $g : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{1}{x-1}$.
(C) $g : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
(D) $g : \mathbb{R} - \{1\} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = -\dfrac{1}{x-1}$.
(E) $g : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$, definida por $g(x) = -\dfrac{1}{x-2}$.

A9 Sea ABC un triángulo. Una circunferencia de radio 6 pasa por los vértices A y B y es tangente a la recta AC en el punto A. Una circunferencia de radio 8 pasa por los vértices B y C y es tangente a la recta BA en el punto B. Una circunferencia de radio 9 pasa por los vértices C y A y es tangente a la recta CB en el punto C. Si el radio de la circunferencia que pasa por los vértices A, B y C, pertenece al intervalo $[n, n+1]$, donde n es un entero positivo, calcule el valor de n.

(A) 10 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

A10 Sean x, y y z números enteros no nulos y distintos entre sí tales que

$$\frac{(x-1)^2}{y}+\frac{(y-1)^2}{z}+\frac{(z-1)^2}{x}$$
$$=\frac{(x-1)^2}{z}+\frac{(y-1)^2}{x}+\frac{(z-1)^2}{y}.$$

Calcule el mínimo valor posible de $|9x+14y+4z|$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Parte B

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Sean x y y números reales no nulos tales que

$$\frac{xy}{11}=\frac{x+y}{9}=\frac{x-y}{7}.$$

Calcule el valor de x.

B2 Sean p, q, r, s y k enteros positivos tales que

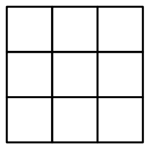
$$p+2q+3r+4s=3k^2,$$

$$4p=3q=2r=s.$$

Determine el menor valor posible de k.

B3 Dado un triángulo ABC con $\angle BAC=60°$. Sea P un punto en la bisectriz del ángulo BAC de modo que $\angle BPC=150°$, $BP=40$ y $CP=30$. Si el punto P está en el interior del triángulo, halle la longitud del segmento AP.

B4 En cada casilla de un tablero de 3×3 se escribe un número entero positivo, de tal manera que los 9 números son distintos. Se cumple que los números escritos en cualesquiera dos casillas que comparten un lado tienen al menos un dígito en común. Determine el menor valor posible de la suma de los 9 números.



B5 La sucesión $x_1, x_2, x_3, x_4\ldots$ está formada por números enteros y cumple la siguiente condición para todo entero positivo n:

$$x_n+x_{n+1}+12=2x_{n+2}x_{n+3}.$$

Determine el menor valor posible de $24+x_5$.