

Cuarto y Quinto de secundaria

Indicaciones:

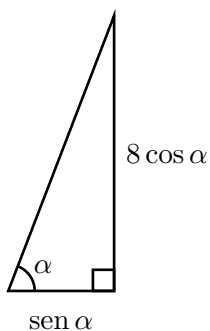
- La prueba tiene una duración máxima de 1 hora y 30 minutos.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

Parte A. De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- A1** Si el $x\%$ de x es 81, calcule el valor de x .
(A) 95 (B) 72 (C) 108 (D) 90 (E) 81

- A2** El primer término de una sucesión es 82, si un término es par el siguiente término se obtiene dividiendo entre 2 y si un término es impar el siguiente término se obtiene sumando 3. La sucesión termina la primera vez que se obtiene un número menor que 6. ¿Cuál es el último término de la sucesión?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

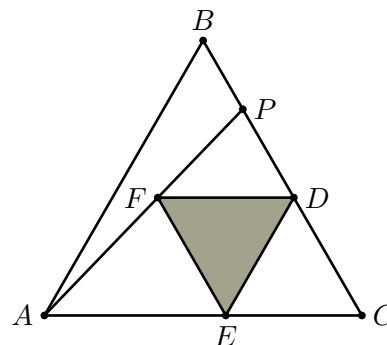
- A3** En la siguiente figura se observa un triángulo rectángulo, tal que uno de sus ángulos es α . Además, se indican las longitudes de sus catetos.



Calcule el valor de $\tan \alpha$.

- (A) 4 (B) 2 (C) $2\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) 3

- A4** En la figura se muestran los triángulos equiláteros ABC y DEF cuyos lados miden 7 y 3, respectivamente. Si DF es paralelo a CA , calcule la longitud de BP .



- (A) $\frac{9}{4}$ (B) 2 (C) $\frac{7}{4}$ (D) $\frac{13}{7}$ (E) $\frac{5}{2}$

- A5** Determine cuántos números de 5 dígitos son múltiplos de 4 y cumplen que cada dígito pertenece al conjunto $\{2, 3, 4\}$.

- (A) 81 (B) 54 (C) 27
(D) 162 (E) 108

- A6** Si n es un entero positivo tal que n^2 es múltiplo de 24, entonces podemos asegurar que:

- (A) n es múltiplo de 24.
(B) n es múltiplo de 8.
(C) n es múltiplo de 12.
(D) n es múltiplo de 60.
(E) n es múltiplo de 36.

A7 Si el polinomio $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + ax + b$ es divisible por el polinomio $x^2 + 3x + 2$. Calcule el valor de $200 + a + 4b$.

- (A) 100 (B) 300 (C) 150 (D) 250 (E) 80

A8 Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo y sean M, N, P y Q los puntos medios de los lados AB, BC, CD y DA , respectivamente. Sea X el punto de intersección de los segmentos MP y NQ . Si los cuadriláteros $MBNX, NCPX$ y $PDQX$ tienen áreas 20, 22 y 24, respectivamente, calcule el área del cuadrilátero $QAMX$.

- (A) 26 (B) 18 (C) 25 (D) 24 (E) 22

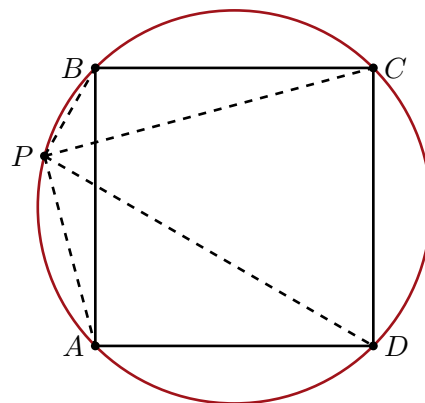
A9 Cuatro amigos: Ana, Beto, Camila y Daniel dicen las siguientes afirmaciones.

- Ana dice: Si se suma mi edad con la de Daniel se obtiene lo mismo que sumar las edades de Beto y Camila.
- Beto dice: Camila es mayor que Daniel.
- Camila dice: Ana es la menor de los cuatro.
- Daniel dice: Beto y yo somos mayores que Camila.

Si se sabe que exactamente uno de los amigos está mintiendo. ¿Quién es el mayor?

- (A) Ana (B) Beto (C) Camila
(D) Daniel (E) No se puede precisar

A10 En la figura se muestra un cuadrado $ABCD$ inscrito en una circunferencia y un punto P que pertenece al menor arco AB .



Si $PA = 4(\sqrt{2} - 1)$ y $PB = 2(\sqrt{2} - 1)$, calcule el valor de $PC + PD$.

- (A) $6(\sqrt{2} - 1)$ (B) 6 (C) 8
(D) $4\sqrt{2}$ (E) $9(\sqrt{2} - 1)$

Parte B. De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Determine para qué valor de k se cumple que

$$54^k = \frac{24^{24}}{16^{16}}.$$

B2 En mi estante hay cuatro filas de libros. Cada fila tiene n libros o $n + 1$ libros. Si en total hay 95 libros en mi estante, calcule el valor de n .

B3 ¿De cuántas formas se puede escoger cuatro vértices de un polígono regular de 16 lados, que sean los vértices de un rectángulo?

Aclaración: Tenga en cuenta que un cuadrado también es un rectángulo.

B4 En un triángulo ABC , el lado AB mide 4. Se sabe que una bisectriz del triángulo ABC es perpendicular a una de sus medianas, además, otra bisectriz es perpendicular a otra de sus medianas. Calcule la suma de todos los valores que puede tomar el perímetro del triángulo ABC .

B5 Halle el menor entero positivo n para el cual el conjunto $\mathcal{X} = \{n, n + 1, n + 2, \dots, 2n\}$ contiene cinco elementos $a < b < c < d < e$ tales que

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{c}{e}.$$