

Parte A.

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

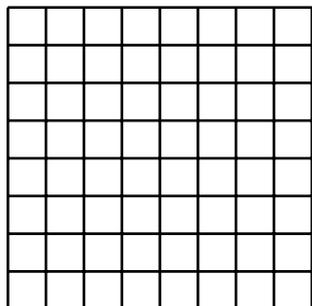
A1 Encuentre el menor número de cuatro dígitos tal que la suma de sus dígitos es 7 y ninguno de ellos es igual a 1. Dé como respuesta la suma de los cuadrados de sus dígitos.

- (A) 17 (B) 13 (C) 19 (D) 23 (E) 29

A2 En un colegio hay un salón en el que todos los estudiantes tienen la misma edad, a excepción de 3 de ellos: 2 tienen 1 año más y 1 tiene un año menos. Se sabe también que la suma de las edades de todos los estudiantes de ese salón es 208. ¿Cuántos estudiantes hay en ese salón si en el colegio todos los estudiantes tienen entre 7 y 16 años?

- (A) 17 (B) 11 (C) 23 (D) 21 (E) 19

A3 Cada casilla de un tablero de 8×8 se va a pintar de rojo o azul, de tal forma que el porcentaje de casillas rojas esté entre 18% y 19%. ¿Cuál debe ser el número de casillas azules?



- (A) 51 (B) 52 (C) 53 (D) 54 (E) 55

A4 El número de cuatro dígitos \overline{aaab} es múltiplo de 12 y el número de cuatro dígitos \overline{bbba} es múltiplo de 9. Entonces el número $\overline{1ba}$ es múltiplo de ...

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 13 (E) 7

A5 Sea ABC un triángulo acutángulo cuya altura es AH y BM es una mediana. Si $\angle BAH = 34^\circ$ y $AH = BM$, calcule la medida de $\angle ABM$.

- (A) 26° (B) 17° (C) 32° (D) 34° (E) 28°

A6 Los números reales p y q cumplen que las siguientes ecuaciones cuadráticas:

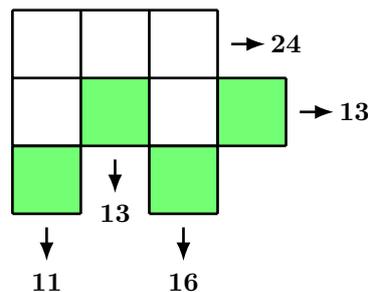
$$x^2 - px + q = 0$$

$$x^2 - qx + p = 0$$

tienen exactamente una raíz en común. Encuentre el valor de dicha raíz.

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -2

A7 Distribuya los números del 1 al 9, uno en cada casilla, de tal manera que se cumplan las sumas indicadas por las flechas:



Dé como respuesta la suma de los números que deben ser escritos en las cuatro casillas pintadas.

- (A) 19 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 14

A8 Alrededor de una circunferencia hay 9 cajas. Cada caja tiene 30, 31, 32 o 33 monedas. Además, cualesquiera dos cajas consecutivas tienen diferentes cantidades de monedas. ¿Cuántas monedas puede haber como máximo?

- (A) 295 (B) 293 (C) 294 (D) 290 (E) 291

A9 Sea p el mayor número primo para el cual se cumple que cada uno de los dos números $p - 12$ y $p + 12$ tiene exactamente 3 divisores positivos. Determine el resto de dividir p entre 5.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

A10 Sean a , b y c las longitudes de los lados de un triángulo. Si se cumple que $a^3 + b^3 = c^3$, podemos asegurar que el triángulo es ...

- (A) escaleno (B) isósceles (C) rectángulo
(D) acutángulo (E) obtusángulo

Parte B.

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

- B1** Determine cuántos números de cuatro dígitos son múltiplos de 4 y cumplen que todos sus dígitos son pares.

Aclaración: Recuerde que 0 es un dígito par.

- B2** Sean a , b y c números reales tales que

$$\begin{aligned}a + b + c &= 24, \\ 2(ab + bc + ca) &= abc.\end{aligned}$$

Calcule el valor de

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b}.$$

- B3** En el presente año 2023 la edad de Juan es igual al producto de los dos últimos dígitos de su año de nacimiento. La edad del nieto de Juan también es igual al producto de los dos últimos dígitos de su año de nacimiento. Determine la diferencia de edades entre Juan y su nieto.

Aclaración: Considere que Juan y su nieto comparten día de cumpleaños.

- B4** Sea $ABCDEFGH$ un heptágono tal que

$$AB = BC = CD = DE = EF = FG$$

y $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE = \angle DEF = \angle EFG = 144^\circ$.

Si se sabe que $AB \cdot AG = 1$ y el área del heptágono $ABCDEFGH$ se puede expresar como $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros positivos coprimos, calcule el valor de $a+b$.

- B5** Se tiene un conjunto formado por 23 enteros positivos tales que no es posible encontrar dos de ellos cuyo cociente sea un número entero. Un elemento del conjunto es llamado *bueno* si su cuadrado es divisible por el producto de algunos otros dos elementos del conjunto. Determine cuántos elementos del conjunto pueden ser buenos, como máximo.