



# IV TORNEO DE JÓVENES MATEMÁTICOS

SEGUNDA ETAPA, NIVEL 2

3 de diciembre de 2022

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **3 horas** y cada problema tiene un valor máximo de **20 puntos**.
- En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
- En cada página escribe tu nombre completo y nivel. Además, coloca el número de problema y página.
- Resuelve los problemas propuestos justificando adecuadamente cada paso.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- **Al participar en esta etapa te comprometes a no divulgar los problemas hasta el día 15 de diciembre.**

**1** En un almacén hay libros de geometría y de álgebra, distribuidos en seis cajas de tal manera que todas las cajas contienen el mismo número de libros. Una de las cajas contiene todos los 24 libros de geometría y la séptima parte de los libros de álgebra. ¿Cuántos libros hay en cada caja?

**2** Andrea escribió cuatro números naturales distintos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ . Luego, calculó las siguientes seis sumas:

$$a + b, \quad a + c, \quad a + d, \quad b + c, \quad b + d, \quad c + d.$$

¿Es posible que estas seis sumas sean seis números naturales distintos que formen una *progresión aritmética*, en algún orden?

*Aclaración:* Una progresión aritmética es una secuencia de números tal que la diferencia de cualquier pareja de términos sucesivos de la secuencia es constante. Por ejemplo, los seis números 10, 13, 16, 19, 22 forman una progresión aritmética.

**3** Encuentre el mayor número que está formado por 5 dígitos distintos de tal manera que el producto de los dígitos que están en sus extremos sea igual al producto de los otros tres dígitos. Justifique por qué el número encontrado es el mayor.

- 4 Las siguientes fichas, formadas por cuadraditos unitarios, son llamadas L-tetraminós:



Los L-tetraminós se pueden rotar. Sea  $n$  un entero positivo. Demuestre que, al quitar la casilla central de un tablero de  $(2n + 1) \times (2n + 1)$ , lo que queda del tablero se puede cubrir completamente con L-tetraminós, sin que se superpongan y sin que sobresalgan del tablero.

- 5 Alrededor de una mesa circular están sentadas 15 personas entre hombres y mujeres. Cada persona está usando una camiseta roja o una azul. Se sabe que a la derecha de cada hombre hay una persona que usa camiseta azul y a la izquierda de cada hombre hay una persona que usa camiseta roja. Determine como máximo cuántos hombres puede haber en total (tiene que dar un ejemplo para el máximo encontrado y justificar su respuesta).