

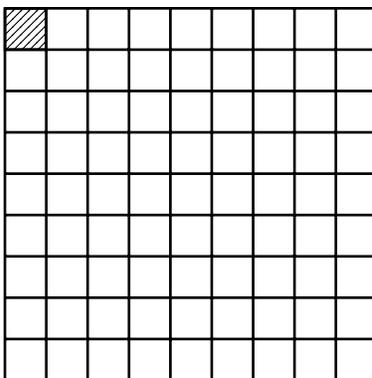
Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **3 horas** y cada problema tiene un valor máximo de **20 puntos**.
- En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas, en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas; luego de ese tiempo no se recibirá más preguntas.
- En cada página escribe tu nombre completo y nivel. Además, coloca el número de problema y página.
- Resuelve los problemas propuestos justificando adecuadamente cada paso.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- **Al participar en esta etapa te comprometes a no divulgar los problemas hasta el día 15 de diciembre.**

1 Las siguientes fichas, formadas por cuadraditos unitarios, son llamadas L-tetraminós:



Los L-tetraminós se pueden rotar. Demuestre que, al quitar una casilla de la esquina de un tablero de  $9 \times 9$ , lo que queda del tablero se puede cubrir completamente con L-tetraminós, sin que se superpongan y sin que sobresalgan del tablero.



2 Encuentre el mayor número que está formado por 5 dígitos distintos de tal manera que el producto de los dígitos que están en sus extremos sea igual al producto de los otros tres dígitos. Justifique por qué el número encontrado es el mayor.

- 3] Sea  $ABC$  un triángulo tal que  $AB = BC$  en el que se ha trazado la bisectriz interior  $AD$  ( $D$  pertenece al lado  $BC$ ). Calcule las medidas de los ángulos del triángulo  $ABC$  si se sabe que la distancia de  $A$  a la recta  $BC$  es igual a la mitad de la longitud del lado  $AD$ .
- 4] Alrededor de una mesa circular están sentadas 15 personas entre hombres y mujeres. Cada persona está usando una camiseta roja o una azul. Se sabe que a la derecha de cada hombre hay una persona que usa camiseta azul y a la izquierda de cada hombre hay una persona que usa camiseta roja. Determine como máximo cuántos hombres puede haber en total (tiene que dar un ejemplo para el máximo encontrado y justificar su respuesta).
- 5] Demuestre que el mínimo común múltiplo de cualesquiera cuatro enteros positivos consecutivos **no** es un cuadrado perfecto.