



# IV TORNEO DE JÓVENES MATEMÁTICOS

## PRUEBA INDIVIDUAL DÍA 1 - RONDA INTERNACIONAL

Nivel 4

Indicaciones:

- La prueba tiene una duración de **4 horas** (como máximo).
- En los primeros 30 minutos puedes hacer preguntas al jurado en caso tengas alguna duda acerca de los **enunciados** de los problemas. No puedes explicar tus soluciones al jurado dentro de los 30 minutos iniciales.
- Cada problema será calificado como resuelto o como no resuelto. Tienes **tres** intentos por cada problema.
- Tienes en promedio 10 minutos para cada intento, si el jurado considera que en ese tiempo no has hecho un avance considerable puede decidir que el intento fue perdido. Por el contrario, si luego de ese tiempo sí has hecho un avance considerable el jurado puede dar más tiempo para que continúes explicando.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.

- 1** Decimos que un rectángulo es *entero* si sus lados tienen longitud entera. ¿Existe un rectángulo entero de perímetro 82 que pueda ser dividido en cuatro rectángulos enteros de perímetro 48?
- 2** Para cada entero positivo  $k$ , sea  $s(k)$  la suma de los dígitos de  $k$  en su representación decimal. Demuestre que existen infinitos enteros positivos  $n$ , que no son múltiplos de 10 y satisfacen la ecuación  $s(n^2) = s(n) + 2$ .
- 3** Demostrar que  $x^8 + x^5 + 1 > x^4 + x$ , para todo número real  $x$ .
- 4** Algunas casillas de un tablero de  $8 \times 8$  contienen una torre del ajedrez. Decimos que la torre  $T_1$  observa a la torre  $T_2$  si  $T_1$  y  $T_2$  están en la misma fila o en la misma columna y, además, no hay más torres entre  $T_1$  y  $T_2$ . Determine cuántas torres puede haber como máximo en el tablero si se cumple que cada torre observa a un número impar de otras torres.