

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- La calificación se realizará de la siguiente manera:

Pregunta	Correcta	Incorrecta	En blanco
De la 1 a la 10	+ 3 puntos	-3/4 puntos	0 puntos
De la 11 a la 20	+ 4 puntos	-1 puntos	0 puntos
De la 21 a la 30	+ 5 puntos	-5/4 puntos	0 puntos

Para evitar calificaciones negativas, la puntuación comienza con 30 puntos.

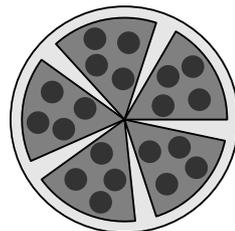
1 ¿Cuál es el valor de $\frac{2 \times 0,24}{20 \times 2,4}$?

- (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

2 ¿Cuál de los siguientes números enteros es igual a un múltiplo de diez menos dos, es igual a un cuadrado perfecto más dos y también es igual a dos veces un número primo?

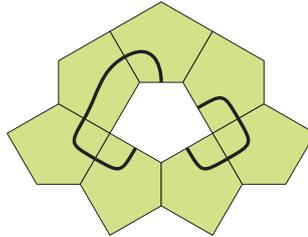
- (A) 78 (B) 58 (C) 38 (D) 18 (E) 6

3 Un joven cortó una pizza en seis rebanadas iguales. Después de comer una rebanada, dispuso las rebanadas restantes con espacios iguales entre ellas. ¿De qué tamaño es el ángulo en cada espacio?



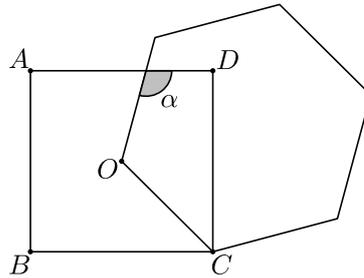
- (A) 5° (B) 8° (C) 9° (D) 10° (E) 12°

- 4 ¿Cuál de las siguientes expresiones tiene el mismo valor que $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?
 (A) 16^{19} (B) 4^{31} (C) 4^{60} (D) 16^{60} (E) 4^{122}
- 5 Kevin ha manipulado un dado. Las probabilidades de sacar un 2, 3, 4 o 5 siguen siendo $\frac{1}{6}$ cada una, pero la probabilidad de sacar un 6 es el doble de la probabilidad de sacar un 1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6?
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{2}{9}$ (E) $\frac{5}{18}$
- 6 La siguiente figura está formada por fichas pentagonales iguales. ¿Cuál de las siguientes fichas, cuando se coloque en el agujero central, formará una sola línea que se cruza consigo misma?



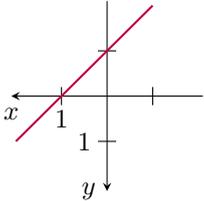
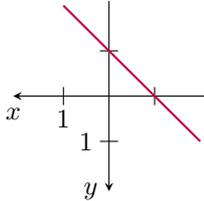
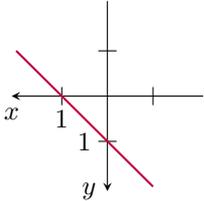
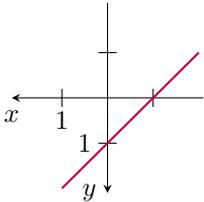
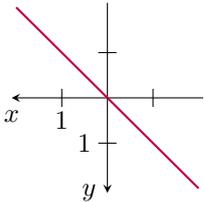
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

- 7 Martín dibuja un cuadrado con vértices A , B , C y D y un hexágono regular de lado OC , donde O es el centro del cuadrado. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?



- (A) 105° (B) 110° (C) 115° (D) 120° (E) 125°

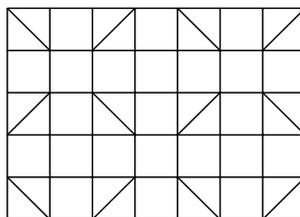
- 8 José tiene la costumbre inusual de dibujar el plano xy con los ejes de coordenadas positivos apuntando hacia la izquierda y hacia abajo. ¿Cómo se vería la gráfica de la ecuación $y = x + 1$ en un sistema de coordenadas dibujado por José?

- (A)  (B)  (C) 
- (D)  (E) 

- 9 Tenemos dos números reales positivos p y q , con $p < q$. ¿Cuál de las siguientes expresiones es la mayor?

(A) $\frac{p + 3q}{4}$ (B) $\frac{p + 2q}{3}$ (C) $\frac{p + q}{2}$ (D) $\frac{2p + q}{3}$ (E) $\frac{3p + q}{4}$

- 10 Berta desea colorear los cuadrados y triángulos del siguiente tablero de modo que no haya dos figuras vecinas, incluso aquellas que compartan un solo vértice, que sean del mismo color.



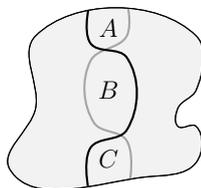
¿Cuál es la menor cantidad de colores que necesita?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

- 11 Un estudiante comenzó con el número 1 y lo multiplicó por 6 o 10. Luego multiplicó el resultado por 6 o 10 y continuó este proceso muchas veces. ¿Cuál de los siguientes números **no** puede ser igual al resultado que obtuvo?

(A) $2^{100}3^{20}5^{80}$ (B) $2^{90}3^{20}5^{80}$ (C) $2^{90}3^{20}5^{70}$ (D) $2^{110}3^{80}5^{30}$ (E) $2^{50}5^{50}$

- 12 Un camino negro y un camino gris cruzan un parque, como se muestra. Cada camino divide al parque en dos regiones de igual superficie.



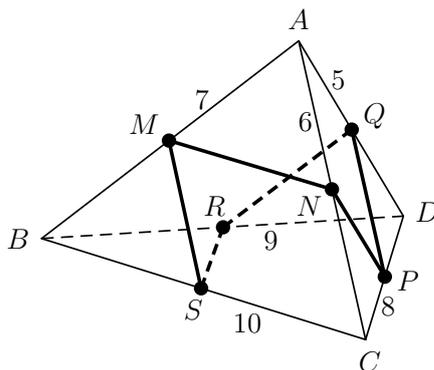
Entonces podemos asegurar que:

(A) $A = C$ (B) $B = A + C$ (C) $B = \frac{1}{2}(A + C)$
 (D) $B = \frac{2}{3}(A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5}(A + C)$

- 13 Exactamente una de las siguientes afirmaciones sobre cierto número entero positivo n es verdadera. ¿Cuál de las afirmaciones es verdadera?

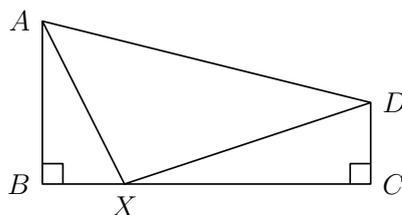
(A) n es divisible por 3 (B) n es divisible por 6 (C) n es impar
 (D) $n = 2$ (E) n es primo

- 14 Una pirámide triangular $ABCD$ tiene aristas de longitud $AD = 5$, $AC = 6$, $AB = 7$, $CD = 8$, $BD = 9$ y $BC = 10$. Los puntos M , N , P , Q , R y S son los puntos medios de las aristas de la pirámide, como se muestra.

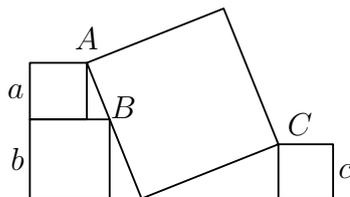


¿Cuál es la longitud de la línea hexagonal cerrada $MNPQSRM$?

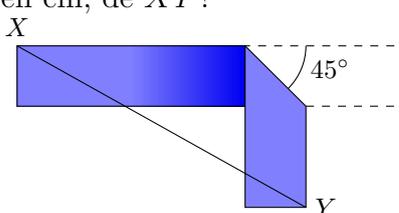
- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23
- 15 Un cuadrilátero $ABCD$ tiene dos ángulos rectos en B y C , donde $AB = 4$, $BC = 8$ y $CD = 2$. El punto X se encuentra en el segmento BC . ¿Cuál es el menor valor posible de $AX + DX$?



- (A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) Ninguna de las anteriores
- 16 Juan tiene varios cubos unitarios completamente negros o completamente blancos y quiere construir un cubo de $3 \times 3 \times 3$ usando 27 de ellos. Él quiere que la mitad de la superficie del cubo grande sea negra y la otra mitad de la superficie sea blanca. ¿Cuál es la menor cantidad de cubos negros que debe usar?
- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) Ninguna de las anteriores
- 17 La figura muestra cuatro cuadrados. Los cuadrados más pequeños tienen lados de longitudes a , b y c . Los vértices A y C de dos de los cuadrados más pequeños coinciden con dos vértices opuestos del cuadrado grande. El vértice B del tercer cuadrado pequeño pertenece a un lado del cuadrado grande. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la longitud del lado del cuadrado más grande?



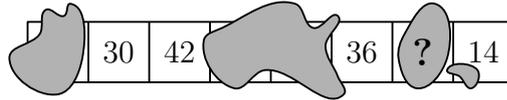
- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$
 (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$

- 18** ¿Cuántos números de tres dígitos contienen al menos uno de los dígitos 1, 2 o 3?
 (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606
- 19** El número $N = \overline{pqr\overline{s}}$ tiene cuatro dígitos. Si colocamos una coma decimal entre el q y el r , entonces el número resultante $\overline{pq,rs}$ es igual al promedio de los números de dos dígitos \overline{pq} y \overline{rs} . ¿Cuál es la suma de los dígitos de N ?
 (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27
- 20** Dos velas de igual longitud comienzan a arder al mismo tiempo. Una de las velas se consumirá en 4 horas y la otra lo hará en 5 horas, cada una a su propio ritmo constante. ¿Cuántas horas tendrán que arder para que la longitud de una de las velas sea igual a 3 veces la longitud de la otra?
 (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$
- 21** Tenemos 6 vasos sobre una mesa, todos puestos boca arriba. Un movimiento consiste en voltear exactamente 4 de ellos. ¿Cuál es el menor número de movimientos necesarios para conseguir que todos los vasos estén puestos boca abajo?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
- 22** Carlos resuelve la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, y Beatriz resuelve la ecuación $bx^2 + ax + c = 0$, donde a, b, c son enteros no nulos distintos entre sí. Resulta que las ecuaciones comparten una solución. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente cierta?
 (A) La solución en común debe ser igual a 0.
 (B) La ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tiene exactamente una solución real.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$
- 23** Tengo una tira de papel que mide 12 cm de largo y 2 cm de ancho. Luego trazo un pliegue con un ángulo de 45° y después doblo la tira a través del pliegue, de modo que las dos partes de la tira queden alineadas en ángulo recto, como se muestra en la figura. ¿Cuál es la menor longitud posible, en cm, de XY ?

- (A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6 + \sqrt{2}$
- 24** Raquel tiene varios dados idénticos de 12 caras, cada uno con caras etiquetadas desde el 1 hasta el 12. Al tirar un dado, la probabilidad de que salga cada número es la misma. Al tirar todos los dados a la vez, la probabilidad de sacar exactamente un 12 es igual a la probabilidad de no sacar ningún 12. ¿Cuántos dados tiene Raquel?
 (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12
- 25** Un polinomio $p(x)$ satisface la relación $p(x+1) = x^2 - x + 2p(6)$, para todo número real x . ¿Cuál es la suma de los coeficientes del polinomio $p(x)$?
 (A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40 (E) Ninguna de las anteriores

- 26** Los números reales x , y y z cumplen que $2^x = 3$, $2^y = 7$ y $6^z = 7$. ¿Cuál de las siguientes opciones nos da una relación necesaria entre x , y y z ?

(A) $z = \frac{y}{1+x}$ (B) $z = \frac{x}{y} + 1$ (C) $z = \frac{y}{x} - 1$ (D) $z = \frac{x}{y-1}$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$

- 27** Una tira de papel consta de ocho casillas. Inicialmente cada casilla contiene el número 0. En cada movimiento, elegimos 4 casillas consecutivas y sumamos uno a cada uno de los números en dichas casillas. La figura muestra el resultado después de varios movimientos, pero desafortunadamente algo de tinta cubre algunas de las casillas. ¿Qué número está escrito en la casilla con el signo de interrogación?



- (A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 48 (E) Ninguno de los anteriores
- 28** Andrés tiene seis tarjetas con un número escrito en ambos lados de cada tarjeta. Los pares de números en las tarjetas son $(5, 12)$, $(3, 11)$, $(0, 16)$, $(7, 8)$, $(4, 14)$ y $(9, 10)$. Las cartas se pueden colocar en cualquier orden en los espacios en blanco de la figura.

$$\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$$

¿Cuál es el menor resultado que puede obtener?

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27
- 29** Doce puntos están igualmente espaciados alrededor de una circunferencia. ¿Cuántos triángulos que contienen un ángulo de 45° se pueden formar eligiendo tres de estos puntos?
- (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96
- 30** Un número especial de cuatro dígitos \overline{abcd} cumple la ecuación $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. ¿Cuál es el valor de a ?
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Perú, abril de 2024.

En nuestro Facebook colgaremos algunas fotos de todos los colegios participantes en el Canguro Matemático 2024.

¡MUCHAS GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN!