

## CANGURO MATEMÁTICO 2023

### RONDA DE GANADORES QUINTO DE SECUNDARIA



#### INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas en MAYÚSCULAS.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- La calificación se realizará de la siguiente manera:

Pregunta	Correcta	Incorrecta	En blanco
De la 1 a la 10	+ 3 puntos	-3/4 puntos	0 puntos
De la 11 a la 16	+ 4 puntos	-1 puntos	0 puntos
De la 17 a la 20	+ 5 puntos	-5/4 puntos	0 puntos

Para evitar calificaciones negativas, la puntuación comienza con 26 puntos.

3 puntos

1. La siguiente fracción es equivalente a un entero positivo:

$$\frac{2023}{(2 + 0 + 2 + 3)}$$

calcule la suma de los dígitos de dicho entero positivo.

- (A) 18                      (B) 16                      (C) 17                      (D) 19                      (E) 4

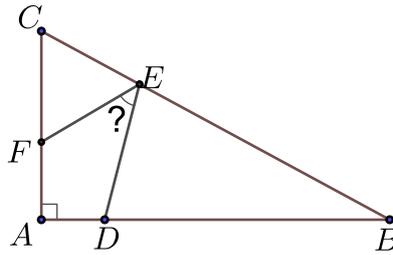
2. Hay 28 estudiantes parados en una fila y la maestra Alejandrina los cuenta de la siguiente forma: 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ... Si los estudiantes que les tocó el número 2 se les pide que salgan de la fila, ¿cuántos estudiantes quedan en la fila?

- (A) 20                      (B) 21                      (C) 18                      (D) 19                      (E) 22

3. Sea  $A$  el mayor múltiplo de 4 que tiene tres dígitos. Sea  $B$  el menor múltiplo de 3 que tiene cuatro dígitos. Calcule  $A + B$ .

- (A) 1996                      (B) 1997                      (C) 1998                      (D) 1999                      (E) 2000

4. El triángulo  $ABC$  tiene un ángulo recto. Los puntos  $D$ ,  $E$  y  $F$  están ubicados de modo que  $BD = BE$  y  $CE = CF$ . Calcule la medida del ángulo  $\angle DEF$ .



- (A)  $30^\circ$                       (B)  $37^\circ 30'$                       (C)  $45^\circ$   
 (D)  $52^\circ 30'$                       (E) depende de la medida del ángulo  $\angle B$ .

5. Cinco amigos estaban tratando de adivinar cuántos canguros viven en un zoológico. Sus intentos fueron 2, 4, 5, 8 y 9, respectivamente. Uno de estos intentos fue de 4 más y otro intento fue de 2 menos de la cantidad correcta. ¿Cuántos canguros viven en el zoológico?

- (A) 3                      (B) 4                      (C) 6                      (D) 7                      (E) 8

6. La maestra escribió en la pizarra los números del 1 al 15. Luego los dividió en cinco grupos de tres. La suma de los números en los primeros cuatro grupos fue 25, 27, 30 y 31, respectivamente. ¿En qué grupo puso el número 4?

- (A) el primero            (B) el segundo            (C) el tercero            (D) el cuarto            (E) el quinto

7. En la figura que se muestra, el cuadrado y el triángulo se reemplazan cada uno por un número entero positivo para que se cumpla la igualdad. ¿Cuántos enteros positivos diferentes pueden reemplazar al cuadrado?

$$\frac{\square}{12} = \frac{5}{\triangle}$$

- (A) 3                      (B) 5                      (C) 9                      (D) 10                      (E) 12

8. Determine a qué exponente hay que elevar el número  $5^5$  para obtener el número  $25^{25}$ .

- (A) 25                      (B) 5                      (C) 20                      (D) 50                      (E) 10

9. Un investigador tiene dos aleaciones. Una aleación contiene 90% de oro y la otra aleación contiene 54% de oro. El investigador mezcló 320 gramos de la primera aleación y 160 gramos de la segunda aleación y obtuvo una nueva aleación. ¿Cuál es el porcentaje de oro que tiene esta nueva aleación?

- (A) 33%                      (B) 48%                      (C) 65%                      (D) 72%                      (E) 78%

10. Las letras  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$  representan dígitos diferentes tales que el triple de  $\overline{1ABCDE}$  es  $\overline{ABCDE1}$  ¿cuál de las letras representa a 8?

- (A)  $A$                       (B)  $B$                       (C)  $C$                       (D)  $D$                       (E)  $E$

4 puntos

11. Los números reales  $a$ ,  $b$  y  $c$  fueron escogidos de tal manera que la ecuación

$$a(x + 1)^{100} + b(x + 1)^{50} + c = 0$$

tiene a  $x = 5$  como raíz, ¿cuál de los siguientes números es definitivamente una raíz de la misma ecuación?

- (A)  $-5$  (B)  $-7$  (C)  $-4$   
(D)  $0$  (E) no se puede determinar

12. Para los enteros positivos  $m$  y  $n$ ,  $\text{MCM}(m, n)$  denota al mínimo común múltiplo de  $m$  y  $n$ . Por ejemplo,  $\text{MCM}(8, 6) = 24$ . Sean  $a$  y  $b$  enteros positivos tales que  $\text{MCM}(a, b) = \text{MCM}(2a, 3b)$ , entonces podemos asegurar que:

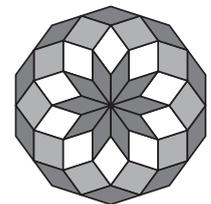
- (A)  $a$  es múltiplo de 2 (B)  $b$  es múltiplo de 6 (C)  $a$  es múltiplo de 6  
(D)  $b$  es múltiplo de 3 (E)  $a$  es múltiplo de 3

13. Sea  $n$  un número de dos dígitos. Al calcular la suma de los tres números naturales que siguen a  $n$  se obtiene otro número  $m$ , que también tiene dos dígitos. Resulta que  $n$  y  $m$  tienen los mismos dígitos pero en distinto orden. Determine cuántos divisores positivos tiene  $n$ .

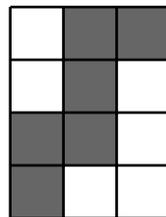
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

14. La figura que se muestra está formada por dos tipos de rombos, los delgados de color gris oscuro y los anchos de color blanco o gris claro. ¿Cuál es el ángulo mayor de un rombo ancho?

- (A)  $106^\circ$  (B)  $108^\circ$  (C)  $110^\circ$  (D)  $112^\circ$  (E)  $120^\circ$



15. Sobre cada casilla de un tablero de  $3 \times 3$  Bob ha construido una torre. Cada torre está formada por un solo cubo o por varios cubos que alternan de colores entre blanco y gris (el cubo de la base puede ser de cualquiera de esos dos colores). Determine cuántos cubos ha usado Bob en total, si su construcción se ve de la siguiente manera desde el frente:



- (A) 23 (B) 24 (C) 21 (D) 25 (E) 19

16. Sea  $ABC$  un triángulo tal que  $AC = 7$  y  $\angle ACB = 2\angle ABC$ . Se escogen los puntos  $X$  y  $Y$  en el lado  $BC$  de tal manera que  $AX$  es perpendicular a  $BC$  y  $AY$  es perpendicular a  $AB$ . Si  $XY = 2$ , calcule la longitud de  $BC$ .

- (A) 14 (B) 15 (C) 16 (D) 17 (E) 18

5 puntos

17. La colección *Platinum* está formada por bolígrafos que escriben en los colores rojo o azul, pero que por fuera no se les puede distinguir. Una librería pidió bolígrafos de esta colección: 15 que escriben rojo y 15 que escriben azul. Les entregaron tres cajas y las etiquetas en ellas dicen:

10 rojos

10 azules

5 rojos y 5 azules

Después informaron a la librería que, lamentablemente, todas las etiquetas están cambiadas, ninguna de ellas está en la caja correcta. ¿Cuántos bolígrafos se deben probar, como mínimo, para **conocer con seguridad** el contenido de cada una de las tres cajas?

- (A) 1                      (B) 5                      (C) 3                      (D) 2                      (E) 6

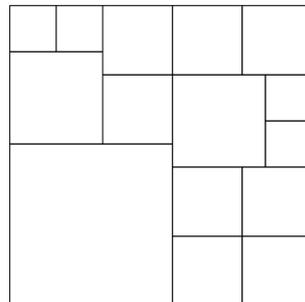
18. Una función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisface que, para todo número real  $x$ , se cumplen las desigualdades:

$$f(x - 5) + 2 \leq x - 2023 \leq f(x + 4) - 7.$$

Determine para qué número real  $r$  se cumple que  $f(r) = 0$ .

- (A) 2016                      (B) 2020                      (C) 2021                      (D) 2023                      (E) 2025

19. Una isla se divide en 15 regiones, como se muestra en la siguiente figura. En cada una de estas regiones vive un habitante, que es caballero o mentiroso. Un caballero siempre dice la verdad mientras que un mentiroso siempre miente. Cada habitante dice: “Entre mis vecinos hay al menos un mentiroso”. ¿Cuál es el número máximo de mentirosos que pueden vivir en esta isla?



*Nota:* Dos habitantes son vecinos si viven en dos regiones que comparten un segmento del borde; no se consideran vecinos si viven en dos regiones que solo comparten un punto del borde.

- (A) 7                      (B) 6                      (C) 5                      (D) 4                      (E) 3

20. Un profesor desea dividir un grupo de diez estudiantes en parejas para una actividad. Sin embargo, él no quiere poner a Alicia y Bill en la misma pareja, ni quiere a Will y Zoe en la misma pareja. ¿De cuántas maneras diferentes puede acomodar a los diez estudiantes?

*Aclaración:* No importa el orden dentro de una pareja, ni tampoco importa el orden entre las parejas. Por ejemplo, si hay cuatro estudiantes, se puede formar dos parejas con ellos de 3 maneras diferentes.

- (A) 300                      (B) 600                      (C) 720                      (D) 750                      (E) 945