

INDICACIONES

- Las marcas en la hoja de respuestas se deben realizar, únicamente, con LÁPIZ.
- Escriba su apellido paterno, apellido materno y nombres con letras de imprenta y todas MAYÚSCULAS.
- Las marcas deben ser nítidas pintando el CÍRCULO completo (ver muestra en la hoja de respuestas).
- Marcar SOLAMENTE UNA de las opciones en cada problema.
- No debe hacer ninguna otra marca fuera de los espacios indicados (NO usar la hoja de respuestas para hacer cálculos en borrador).
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- La calificación se realizará de la siguiente manera:

Pregunta	Correcta	Incorrecta	En blanco
De la 1 a la 10	+ 3 puntos	-3/4 puntos	0 puntos
De la 11 a la 17	+ 4 puntos	-1 puntos	0 puntos
De la 18 a la 24	+ 5 puntos	-5/4 puntos	0 puntos

Para evitar calificaciones negativas, la puntuación comienza con 27 puntos.

1 ¿Cuál de los siguientes números no es entero?

(A) $\frac{2024^2}{16}$

(B) $\frac{2024^2}{4}$

(C) $\frac{2023^2 - 1}{4}$

(D) $\frac{2023^2 + 1}{4}$

(E) $\frac{2025^2}{45}$

2 El número 2024 se dice que es *casi cuadrado* porque es igual a uno menos que un cuadrado perfecto ($2024 = 45^2 - 1$). Encuentra la diferencia entre el siguiente número casi cuadrado y el anterior número casi cuadrado.

(A) 90

(B) 180

(C) 225

(D) 360

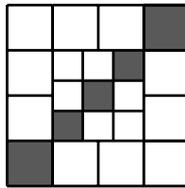
(E) 405

- 3 En cada casilla del tablero que se muestra debajo, se escribe un número del 0 al 9 de tal manera que la suma de los tres números de las filas siempre es la misma y también la suma de los cuatro números de las columnas siempre es la misma. Algunos números ya han sido escritos.

1		5
	6	1
6	0	
3	3	

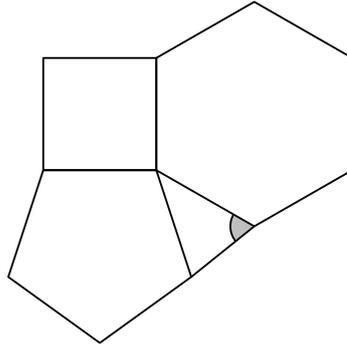
¿Cuál es la suma de los números que faltan en el tablero?

- (A) 9 (B) 11 (C) 13 (D) 15 (E) 17
- 4 El número 2024 es múltiplo de 11. Roberto quiere insertar un dígito no nulo entre los dígitos del número 2024 de tal forma que el número de cinco dígitos resultante siga siendo múltiplo de 11. ¿Cuál es el mayor dígito que puede utilizar?
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- 5 Un cuadrado se ha dividido en 21 cuadrados como se muestra en la siguiente figura, donde varios de ellos están sombreados. ¿Qué fracción del cuadrado original está sombreada?



- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{5}{24}$ (D) $\frac{5}{21}$ (E) $\frac{1}{4}$
- 6 Sean a y b las raíces de la ecuación $x^2 - x - 2024 = 0$. Encuentra el valor de $a^2 + b$.
- (A) 2021 (B) 2022 (C) 2023 (D) 2024 (E) 2025
- 7 Determine cuántos pares ordenados (a, b) satisfacen las siguientes condiciones:
- $1 \leq a \leq 6$.
 - $1 \leq b \leq 6$.
 - El triángulo formado por la recta $y = ax + b$ y los ejes coordenados es isósceles.
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

- 8 Un pentágono regular y un hexágono regular están unidos a un cuadrado como se muestra. ¿Cuál es la medida del ángulo marcado?

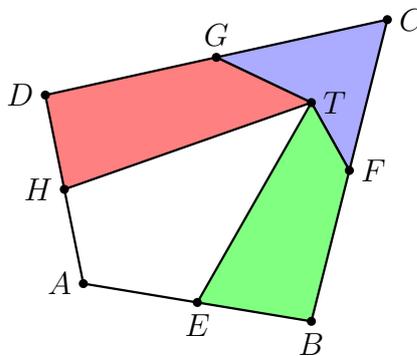


- (A) 24° (B) 42° (C) 60° (D) 69° (E) 74°

- 9 Bob, Rick y Tim son tres hermanos. Al multiplicar las edades de los tres hermanos se obtiene 1232. Si la suma de las edades de Bob y Rick es 18, ¿cuál es el mayor valor posible de la edad de Tim?

- (A) 16 (B) 14 (C) 18 (D) 28 (E) 22

- 10 Los puntos E, F, G y H son los puntos medios de los lados del cuadrilátero $ABCD$. El cuadrilátero $CGTF$ tiene un área de 12 cm^2 , mientras que los cuadriláteros $DGTH$ y $BETF$ tienen cada uno un área de 24 cm^2 . ¿Cuál es el área del cuadrilátero $AETH$?



- (A) 30 cm^2 (B) 32 cm^2 (C) 34 cm^2 (D) 36 cm^2 (E) 38 cm^2

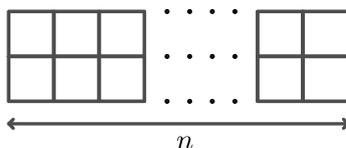
- 11 El promedio de cuatro números enteros positivos diferentes es igual a 5. ¿Cuál es la mayor diferencia posible entre el menor y el mayor de estos números?

- (A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 13 (E) 24

- 12 La distancia más corta en línea recta desde un punto P hacia algún punto de una circunferencia es 20, y la mayor distancia en línea recta es 24. Entonces el radio de esta circunferencia:

- (A) debe ser 2 (B) debe ser $\frac{6}{5}$ (C) debe ser 4
(D) debe ser 22 (E) puede ser 2 o 22

- 13 En un tablero de $2 \times n$ casillas (ver figura) queremos colocar algunas fichas de tal modo que cada casilla tenga una ficha o un lado en común con una casilla que tiene una ficha. Si n es un número impar, ¿cuál es el número mínimo de fichas que debemos colocar en el tablero?



- (A) $\frac{n-1}{2}$ (B) n (C) $\frac{n+1}{2}$ (D) $\frac{n-3}{2}$ (E) $\frac{n+3}{2}$
- 14 Un grupo de veinte canguros se somete a controles corporales periódicos. El peso de cada canguro oscila entre 50 kg y 100 kg inclusive. El peso promedio de los diez primeros canguros es de 63 kg. ¿Cuál es el peso mínimo (en kg) del canguro número 11 para garantizar que el peso promedio de este grupo de veinte canguros sea de al menos 57 kg?
- (A) 55 (B) 60 (C) 65 (D) 70 (E) 75
- 15 Victor ha participado en total en 31 carreras de ciclismo durante cinco años. El primer año realizó la menor cantidad de carreras. Después de eso, cada año participó en más carreras que el año anterior. En el quinto año participó en el triple de carreras que en el primer año. ¿Cuántas carreras realizó durante su cuarto año?
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
- 16 Tenemos 3 circunferencias y 3 rectas. Luego pintamos de rojo los puntos de corte, es decir, los puntos que pertenecen a por lo menos dos de estas figuras. Encuentra la mayor cantidad posible de puntos rojos.
- (A) 19 (B) 27 (C) 36 (D) 25 (E) 30
- 17 Marta quiere colocar en su refrigerador, todos los días durante todo un año, la fecha en formato

d	d	/	m	m
-----	-----	---	-----	-----

, donde dd y mm representan, respectivamente, el día y el mes en formato de dos dígitos. Por ejemplo, el 18 de mayo se escribe como

1	8	/	0	5
---	---	---	---	---

. Utilizará imanes con un dígito cada uno. ¿Cuántos imanes debe tener, por lo menos, para estar segura de poder cumplir su objetivo?
- (A) 365 (B) 31 (C) 29 (D) 23 (E) 20

- 18 Para cada entero positivo x definimos

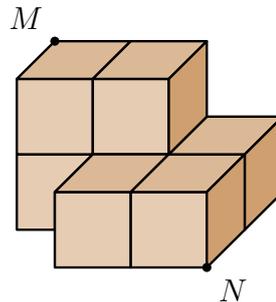
$$f(x) = \frac{3^x(2x - 1)}{x(x + 1)}.$$

Si se cumple que

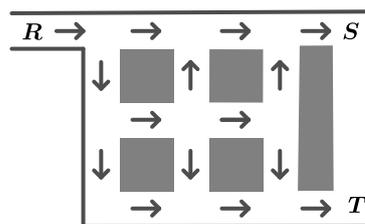
$$f(1) + f(2) + \cdots + f(100) = \frac{A}{B},$$

donde A y B son enteros positivos coprimos. Encuentra el dígito de unidades de A .

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- 19 Una estructura sólida consta de 7 cubos de madera, cada uno con una longitud de lado igual a 2. Entre todos los caminos desde el punto M hasta el punto N a lo largo de la superficie de la estructura, ¿cuál es la longitud del camino más corto?



- (A) 10 (B) $2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{5} + 2$ (D) $4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$ (E) 14
- 20 En cada calle del mapa, solo puedes conducir en la dirección indicada por las flechas. Inicias entrando por R y luego en cada intersección donde hay varios caminos alternativos correctos puedes decidir aleatoriamente a dónde ir (con igual probabilidad para cada alternativa válida). Finalmente puedes salir por S o por T . ¿Cuál es la probabilidad de que salgas por T ?



- (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{1}{2}$
- 21 Encuentra la cantidad de parejas (x, p) tales que

$$x^3 + 3x + 14 = 2p^2,$$

donde x es un entero positivo y p es un número primo.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

- 22] Olga lanzó un dado común 100 veces y luego multiplicó todos los puntos que cayeron en las caras superiores. ¿Cuál es el número mínimo de veces que pudo sacar el número 6 si el producto que obtuvo es igual a 6^{70} ? De como respuesta la suma de dígitos de dicho mínimo.
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- 23] Hay 100 nueces enumeradas desde 1 a 100. La ardilla Chip guardó en una bolsa algunas nueces, luego la ardilla Dale guardó en otra bolsa el mismo número de nueces. Se sabe que si Chip guardó la nuez número n entonces Dale guardó la nuez $2n+2$. ¿Cuántas nueces como máximo pudo haber guardado Dale? Dé como respuesta la suma de los dígitos de dicho número.
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
- 24] Sea $ABCDE$ un pentágono convexo tal que $CA = CE = 26$, $AE = 20$, $CD = AB = x$ y $\angle CAB = \angle ECD = 90^\circ$. Calcule el valor de x si se sabe que el triángulo cuyos lados miden AD , EB y EC tiene área 331.
- (A) 7 (B) 5 (C) 13 (D) 12 (E) 10

Perú, mayo de 2024.

¡MUCHAS GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN!