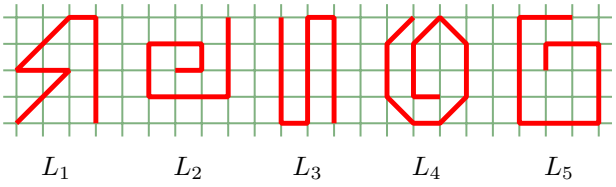
XII CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2024 - SEGUNDA ETAPA

Cuarto y Quinto de Secundaria

De los problemas del 1 al 15 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

1 En un papel cuadriculado se dibujaron cinco caminos, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud?



(A) L_1 (B) L_2 (C) L_3 (D) L_4 (E) L_5

2 Un número natural es *bueno* si cumple que el producto de sus dígitos es igual a 144. Calcule la suma de los dígitos del menor número bueno.

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

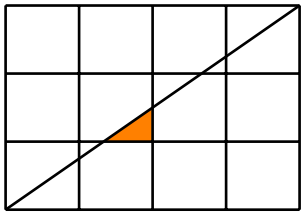
3 En un torneo de ajedrez participaron 5 jugadores, donde cada uno jugó una partida contra todos los demás. Al finalizar el torneo, se sabe que cuatro de los jugadores obtuvieron 1, 1, 2 y 3 victorias, respectivamente. Si ninguna partida terminó en empate, ¿cuántas victorias obtuvo el quinto jugador?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4 ¿Cuántos subconjuntos de cuatro elementos del conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ cumplen que la suma de sus elementos es múltiplo de 10?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

5 Si cada cuadradito tiene área 1, encuentra el área del triángulo pintado.



(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

6 Calcule el valor de

$$\sqrt{2024+\sqrt{4047}}-\sqrt{2024-\sqrt{4047}}$$

(A) 1 (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2024}$ (D) $\sqrt{2023}$ (E) $\sqrt{2}$

7 Una pirámide y un prisma tienen la misma cantidad de aristas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

(A) El prisma tiene más vértices que la pirámide.
(B) La pirámide tiene más caras que el prisma.
(C) La cantidad de vértices de la pirámide es mayor que la cantidad de caras del prisma.
(D) La cantidad de vértices del prisma es mayor que la cantidad de caras de la pirámide.
(E) La cantidad de vértices del prisma es mayor que la cantidad de aristas de la pirámide.

8 Antonio, Beatriz, Cecilia, Dante y Emilio se turnaron para escribir múltiplos consecutivos de 7. Antonio escribió 7, Beatriz escribió 14, Cecilia escribió 21, Dante escribió 28, Emilio escribió 35, Antonio escribió 42, y así sucesivamente, siguiendo este ciclo. Luego de algunos turnos, en la pizarra aparece el número que se muestra a continuación, pero como puedes observar algunos dígitos de la parte central del número han sido tapados dejando visibles solamente cuatro dígitos. ¿Quién escribió ese número?

(A) Antonio (B) Beatriz (C) Cecilia
(D) Dante (E) Emilio

9 Rodrigo tiene dos dados especiales. El primer dado tiene los siguientes números en sus caras: 1, 1, 1, 1, 2, 2 y el segundo dado tiene los siguientes números en sus caras: 1, 1, 2, 2, 2, 2. En ambos dados, todas las caras tienen la misma probabilidad de salir en cada lanzamiento.

¿Cuál es la probabilidad de que, al lanzar ambos dados, la suma de los resultados sea un número par?

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{5}{9}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) $\frac{7}{12}$

10 Determine cuántos enteros positivos N cumplen las siguientes dos condiciones:

- $N \leq 2024^2$.
- $2024 \cdot N$ es un cubo perfecto.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

11 Sean x, y y z números reales tales que:

- $x+y+z=0$.
- $x(y^2+z^2)+y(z^2+x^2)+z(x^2+y^2)=1$.

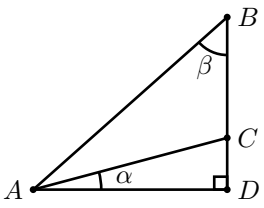
Calcule el valor de $z(x^2+y^2-z^2)$.

(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{3}$

12 ¿Cuál de las siguientes ternas no puede representar a las longitudes de las alturas de un triángulo?

(A) 1, 1, 8 (B) 1, 2, 3 (C) 2, 3, 4
(D) 3, 4, 5 (E) 4, 5, 6

13 En la figura mostrada ADB es un triángulo rectángulo, recto en D, y C es un punto del lado BD.



Si $BC=3\cdot CD$, calcule el valor de

$$\frac{1-\operatorname{sen}^2(\alpha+\beta)}{\operatorname{sen}^2\alpha\cdot\operatorname{sen}^2\beta}.$$

(A) 9 (B) 3 (C) 15 (D) $-\frac{15}{16}$ (E) 8

14 Ana y Beto comienzan un juego con 64 canicas cada uno. En cada turno, lanzan una moneda: si sale cara, Beto gana y se lleva la mitad de las canicas de Ana; si sale sello, Ana gana y se lleva la mitad de las canicas de Beto. Después de 6 turnos, Beto termina con 59 canicas. ¿Cuántos turnos ha ganado Beto?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) más de 4

15 Sean a y b números reales no nulos tales que

$$a^2+b^2=4.$$

Suponga que el máximo valor posible de $\frac{ab}{a+b+2}+\frac{b}{2}$ se puede escribir como $\sqrt{k}-\ell$, donde k y ℓ son enteros positivos. Calcule el valor de $k+\ell$.

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 4 (E) 6