XII CONCURSO DE MATEMÁTICA BINARIA 2024 - TERCERA ETAPA

Segundo y Tercero de secundaria

Parte A.
De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

A1 Queremos escribir cinco de los números 5, 6, 7, 9, 10, 11 en las casillas de la siguiente suma:

$$\square + \square = \square + \square + \square$$

Si la suma es correcta, ¿cuál de los números no fue utilizado?

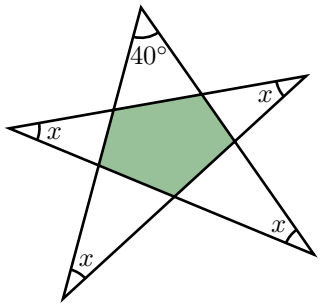
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 10

A2 Determine con cuál de las alternativas podemos completar la siguiente frase para obtener una proposición verdadera:

Si a es un entero positivo que no es múltiplo de 3, entonces _____ es múltiplo de 3.

(A) $4a$ (B) $4+a$ (C) $a-2$
(D) $(8+a)\cdot(10+a)$ (E) $(9+a)\cdot(7+a)$

A3 Encuentra la medida del mayor de los ángulos del pentágono pintado:



(A) 125° (B) 110° (C) 135° (D) 140° (E) 150°

A4 Sea n un entero positivo tal que $8n+1$ es un cuadrado perfecto, entonces podemos afirmar que:

(A) n es impar
(B) n no es cuadrado perfecto
(C) n es un número primo
(D) $2n$ no es un cuadrado perfecto
(E) n no es múltiplo de 5

A5 ¿Cuántos números de cuatro dígitos tienen sus cuatro dígitos distintos y cumplen que el producto de sus dígitos no nulos es igual a 16 ?

(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 15 (E) 20

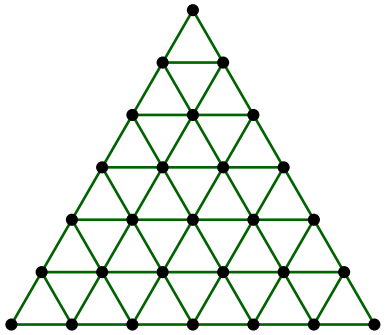
A6 Encuentra el dígito de las decenas del número 2024^{2024}.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

A7 Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(4x^2-9)(x+3)$ se obtiene como resto $2(x-3)^2$. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre $(2x^2+9x+9)$ se obtiene como resto $ax+b$, donde a y b son números reales. Calcule el valor de a^2+b^2.

(A) 522 (B) 181 (C) 153 (D) 109 (E) 521

A8 En la figura mostrada hay 36 triangulitos. ¿Cuántos de estos triangulitos se debe pintar como mínimo para que cada uno de los 28 vértices marcados pertenezca a por lo menos un triangulito pintado?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

A9 Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo y P el punto de intersección de sus diagonales. De los cuatro triángulos ABP, BCP, CDP y DAP, se sabe que los tres primeros son semejantes entre sí y, además, el cuarto triángulo no es semejante a los tres primeros (recuerde que dos triángulos son semejantes si poseen los mismos ángulos **en algún orden**). Podemos afirmar que el cuadrilátero $ABCD$ ...

(A) es un paralelogramo
(B) tiene dos lados de igual longitud
(C) es un rectángulo
(D) es un trapecio rectángulo
(E) es un trapecio isósceles

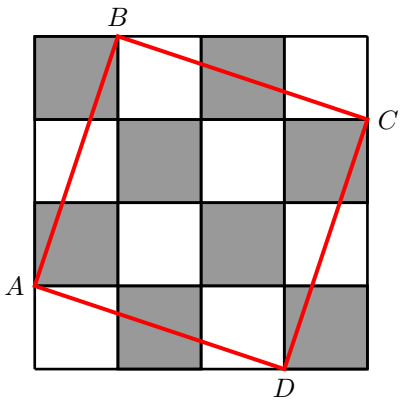
A10 Los dígitos positivos $a>b>c$ son tales que los números de tres dígitos $\overline{cab}$, $\overline{bca}$ y $\overline{abc}$ se encuentran en progresión geométrica (en ese orden). Encuentra el mayor valor posible de $a+b+c$.

(A) 9 (B) 10 (C) 19 (D) 21 (E) 18

Parte B.

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

B1 Un cuadrado ha sido dividido en 16 cuadrados pequeños. Si el área de cada cuadrado pequeño es igual a 16, encuentra el área de la parte sombreada que está dentro del cuadrilátero $ABCD$.



B2 Encuentra la cantidad de pares ordenados (a, b), formados por números enteros positivos, que satisfacen la ecuación

$$a^2 + ab - b = 100.$$

B3 Un equipo de fútbol está formado por 11 personas, donde cada uno de ellos es veraz o mentiroso. Un veraz siempre dice la verdad y un mentiroso siempre miente. Cuatro personas del equipo dijeron la frase: «En nuestro equipo hay más de 5 veraces», luego, otras cinco personas dijeron la frase: «En nuestro equipo hay más de 6 mentirosos». ¿Cuántos veraces hay en el equipo?

B4 Sean x, y, z números reales cuya suma es igual a 1, encuentra el mayor valor posible de

$$24(xy + yz + zx + x - y).$$

B5 Tenemos un tablero cuadriculado de 6×7 sobre una hoja de papel infinita. Una *operación* consiste en pintar de rojo un cuadrado de cualquier tamaño (incluso si se sale del tablero). Determine cuántas operaciones como mínimo se deben realizar para que todas las líneas de la cuadrícula del tablero queden pintadas de rojo.

Aclaración: está permitido pintar un segmento de rojo más de una vez.