

Parte A.

De los problemas del A1 al A10 escoge una alternativa. Solo una es la correcta.

- A1** Queremos escribir cinco de los números 5, 6, 7, 9, 10, 11 en las casillas de la siguiente suma:

$$\square + \square = \square + \square + \square$$

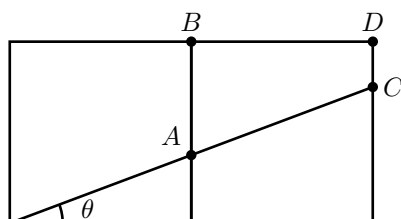
Si la suma es correcta, ¿cuál de los números no fue utilizado?

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 9 (E) 10

- A2** El producto de cinco números enteros distintos es 20. ¿Cuál es el mayor de estos números?

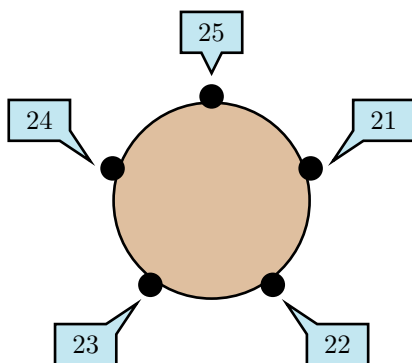
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 10

- A3** La siguiente figura está formada por dos cuadrados juntos. Si $AB = 3 \cdot CD$, calcula $\tan \theta$.



- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{5}{8}$

- A4** Cinco hermanos se sientan alrededor de una mesa circular y cada uno de ellos dice en voz alta el promedio de las edades de los dos hermanos sentados a su lado, sus respuestas en sentido horario fueron 21, 22, 23, 24 y 25. ¿Cuál es la edad del hermano mayor?



- (A) 17 (B) 27 (C) 25 (D) 29 (E) 31

- A5** Encuentra el dígito de las decenas del número 2024^{2024} .

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

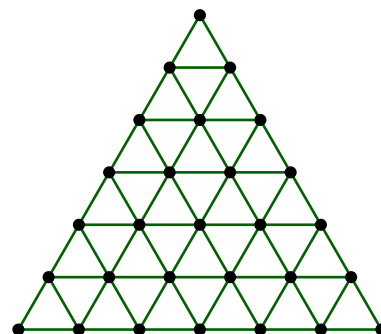
- A6** Definamos la sucesión $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ de la siguiente forma: $a_0 = \frac{1}{6}$ y

$$a_n = \frac{a_{n-1}}{1 + 8a_{n-1}},$$

para todo entero positivo n . Encuentra el valor de a_{10} .

- (A) $\frac{1}{86}$ (B) $\frac{1}{80}$ (C) $\frac{1}{88}$ (D) $\frac{1}{78}$ (E) $\frac{1}{90}$

- A7** En la figura mostrada hay 36 triángulitos. ¿Cuántos de estos triángulitos se debe pintar como mínimo para que cada uno de los 28 vértices marcados pertenezca a por lo menos un triángulito pintado?



- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

- A8** Sea $ABCD$ un cuadrilátero convexo y P el punto de intersección de sus diagonales. De los cuatro triángulos ABP , BCP , CDP y DAP , se sabe que los tres primeros son semejantes entre sí y, además, el cuarto triángulo no es semejante a los tres primeros (recuerde que dos triángulos son semejantes si poseen los mismos ángulos **en algún orden**). Podemos afirmar que el cuadrilátero $ABCD$...

- (A) es un paralelogramo
(B) tiene dos lados de igual longitud
(C) es un rectángulo
(D) es un trapecio rectángulo
(E) es un trapecio isósceles

- A9** Los dígitos positivos $a > b > c$ son tales que los números de tres dígitos $\overline{cab}$, $\overline{bca}$ y $\overline{abc}$ se encuentran en progresión geométrica (en ese orden). Encuentra el mayor valor posible de $a + b + c$.
- (A) 9 (B) 10 (C) 19 (D) 21 (E) 18

- A10** Tenemos cinco cubos. Cada cubo tiene una cara negra, una cara blanca y las otras cuatro caras son del mismo color, donde este color puede ser rojo, amarillo, verde, celeste o marrón. Así, por ejemplo, tenemos que el primer cubo tiene una cara negra, una cara blanca y las otras cuatro caras son rojas. El segundo cubo tie-

ne una cara negra, una cara blanca y las otras cuatro caras son amarillas, etc.

Los cinco cubos se colocan en una fila, en algún orden, y se toma una foto desde arriba que se ve de la siguiente forma:

?	?	?	?	?
---	---	---	---	---

¿Cuántas fotos distintas se pueden conseguir, de tal manera que tengan exactamente tres caras negras?

- (A) 330 (B) 310 (C) 270 (D) 288 (E) 360

Parte B.

De los problemas del B1 al B5 escribe de forma nítida tu respuesta en el cuadro correspondiente y marca los cuatro dígitos en la hoja de respuesta. Si tu respuesta es, por ejemplo, 102 tienes que marcar 0102 y si tu respuesta es 7 tienes que marcar 0007.

- B1** Considere tres números enteros consecutivos tales que, el menor es múltiplo de 5, el mayor es múltiplo de 4 y el del medio es múltiplo de 3. ¿Cuál es el número del medio, si se sabe que está entre 300 y 400?

- B2** Un equipo de fútbol está formado por 11 personas, donde cada uno de ellos es veraz o mentiroso. Un veraz siempre dice la verdad y un mentiroso siempre miente. Cuatro personas del equipo dijeron la frase: «En nuestro equipo hay más de 5 veraces», luego, otras cinco personas dijeron la frase: «En nuestro equipo hay más de 6 mentirosos». ¿Cuántos veraces hay en el equipo?

- B3** Sea ABC un triángulo acutángulo en el que se ha trazado la altura BD , esta altura contiene al ortocentro H . Se escoge el punto N en el lado AC tal que el punto medio de DN coincide con el punto medio de AC . Si $BN = AC$, calcule el valor de $6 \cdot \frac{BH}{HD}$.

- B4** Encuentra la cantidad de enteros positivos $n < 2024$ para los cuales existen números racionales x, y, z distintos entre sí tales que

$$n = \frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}.$$

- B5** Tenemos un tablero cuadrado de 24×25 sobre una hoja de papel infinita. Una *operación* consiste en pintar de rojo un cuadrado de cualquier tamaño (incluso si se sale del tablero). Determine cuántas operaciones como mínimo se deben realizar para que todas las líneas de la cuadrícula del tablero queden pintadas de rojo.

Aclaración: está permitido pintar un segmento de rojo más de una vez.